

Вариант 3

Хозяин дачного участка строит баню с парным отделением. Парное отделение имеет размеры: длина 3,5 м, ширина 2,2 м, высота 2 м. Окон в парном отделении нет, для доступа внутрь планируется дверь шириной 60 см, высота дверного проёма 1,8 м. Для прогрева парного отделения можно использовать электрическую или дровяную печь. В таблице представлены характеристики трёх печей.

| Номер печи | Тип | Объём помещения (куб. м) | Масса (кг) | Стоимость (руб.) |
|------------|---------------|--------------------------|------------|------------------|
| 1 | дровяная | 8–12 | 40 | 18 000 |
| 2 | дровяная | 10–16 | 48 | 19 500 |
| 3 | электрическая | 9–15,5 | 15 | 15 000 |

Для установки дровяной печи дополнительных затрат не потребуется. Установка электрической печи потребует подведения специального кабеля, что обойдётся в 5700 руб.

№1.

Установите соответствие между массами и номерами печей.

Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность трёх цифр без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

| | | | |
|------------|----|----|----|
| Масса (кг) | 15 | 40 | 48 |
| Номер печи | | | |

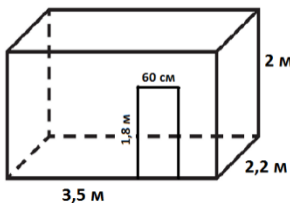
Решение: необходимо установить соответствие между номерами печей и их массой.

Ответ: 312

В заданиях такого типа ошибки бывают очень редко, только по невнимательности.

№2.

Найдите суммарную площадь стен парного отделения строящейся бани (без площади двери). Ответ дайте в квадратных метрах.



Решение:

$$S = (3,5 * 2 + 2,2 * 2) * 2 - 1,8 * 0,6 = 21,72$$

Ответ: 21,72

Во втором задании учащиеся иногда ошибаются т.к. забывают умножить площадь каждой стены на 2 (площади противоположных стен равны). Не переводят 60 см в метры (ширина двери). Также вызывает трудность представить математическую модель для данной задачи.

№3.

На сколько рублей покупка дровяной печи, подходящей по объёму парного отделения, обойдётся дешевле электрической с учетом установки?

Решение:

- 1) найдем объем парного отделения: $V = a * b * c = 3,5 * 2,2 * 2 = 15,4 \text{ м}^2$
- 2) выберем подходящую дровяную печь из таблицы в условии, подходит печь под №2, ее стоимость 19500 р.
- 3) стоимость электрической печи с установкой: $15000 + 5700 = 20700 \text{ р.}$
- 4) узнаем, на сколько дровяная печь дешевле: $20700 - 19500 = 1200 \text{ р.}$

Ответ: 1200.

В этом задании учащиеся не всегда вычисляют объем парного отделения, не учитывают дополнительные траты на установку электрической печи (данные указаны под таблицей). Просто отнимают от большей стоимости меньшую.

№4.

В прошлом году печи, указанные в таблице, стоили дороже. На них были сделаны скидки: на печь номер 1 скидка составила 10 %, на печь номер 2 – 35 %, на печь номер 3 – 25 %. Сколько рублей стоила печь номер 1 в прошлом году?

Решение:

Печь №1 сейчас стоит 18000 р. В прошлом году ее стоимость была 100%, если скидка составила 10%, то сейчас ее стоимость составляет $100\% - 10\% = 90\%$ от стоимости прошлого года.

Можно составить пропорцию:

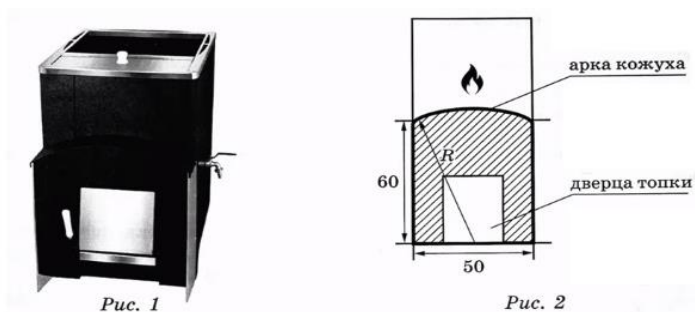
$$\begin{array}{l} x \text{ рублей} - 100\% \\ 18000 \text{ рублей} - 90\% \\ x = \frac{18000 * 100}{90} = 20000 \text{ руб.} \end{array}$$

Ответ: 20000.

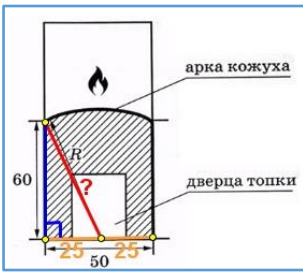
В четвертом задании учащиеся могут ошибиться из-за лишних данных в условии. Также иногда берут стоимость 18000 за 100%, а не 90%. Или находят только 10%, и полученный результат записывают в ответ.

№5.

Хозяин выбрал дровяную печь (рис. 1). Чертеж передней панели печи показан на рисунке 2.



Печь снабжена кожухом вокруг дверцы топки. Верхняя часть кожуха выполнена в виде арки, приваренной к передней стенке печки по дуге окружности с центром в середине нижней части кожуха (рис. 2). Для установки печки хозяину понадобилось узнать радиус закругления арки R. Размеры кожуха в сантиметрах показаны на рисунке. Найдите радиус закругления арки в сантиметрах.



Решение:

Посмотрим на рисунок. Видим прямоугольный треугольник с катетами **25 см, 60 см** и гипотенузой = **R**.

По теореме Пифагора найдем радиус:
 $R^2 = 25^2 + 60^2 = 625 + 3600 = 4225$
 $R = \sqrt{4225} = 65$

Ответ: 65

Это задание не всегда получается решить, потому, что ученики не видят прямоугольный треугольник на рисунке. Или неверно определяют размеры катета(вместо 25 пишут 50). Также не умеют применять теорему Пифагора.

№6.

Найдите значение выражения

$$1\frac{1}{12} : (1\frac{13}{18} - 2\frac{5}{9})$$

Решение:

$$1) 1\frac{13}{18} - 2\frac{5}{9} = \frac{1*18+13}{18} - \frac{2*9+5}{9} = \frac{31}{18} - \frac{23}{9} = \frac{31}{18} - \frac{46}{18} = -\frac{15}{18} = -\frac{5}{6}$$

$$2) 1\frac{1}{12} : (-\frac{5}{6}) = \frac{1*12+1}{12} : (-\frac{5}{6}) = -\frac{13}{12} * \frac{6}{5} = -\frac{13}{10} = -1,3$$

Ответ: -1,3.

Учащиеся допускают ошибки при выполнении этого задания, т.к. не помнят правила сложения и вычитания дробей с разными знаменателями (не приводят дроби к общему знаменателю). При делении и умножении смешанных дробей не переводят дроби в неправильные.

№7.

Какое из данных ниже чисел принадлежит отрезку [8; 9]?

- 1) $\frac{46}{7}$
- 2) $\frac{53}{7}$
- 3) $\frac{55}{7}$
- 4) $\frac{61}{7}$

Решение:

$$1) 6 < 46:7 = 6, \dots < 7$$

$$2) 7 < 53:7 = 7, \dots < 8$$

$$3) 7 < 55:7 = 7, \dots < 8$$

$$4) 8 < 61:7 = 8, \dots < 9$$

Ответ: 4

В 7 задании учащиеся допускают ошибки, если не понимают, что дробная черта – это все равно, что знак деления и необходимо числитель разделить на знаменатель. Или делают ошибки при сравнении десятичной дроби и целых чисел.

№8.

Найдите значение выражения

$$\frac{(4\sqrt{3})^2}{60}$$

Решение:

$$\frac{(4\sqrt{3})^2}{60} = \frac{4^2 * (\sqrt{3})^2}{60} = \frac{16 * 3}{60} = \frac{8}{10} = 0,8$$

Ответ: 0,8.

В этом задании могут быть ошибки, если не использовать свойства степени, при раскрытии скобок в числителе дроби в степень возводят один из множителей (или 4^2 , а $\sqrt{3}$ – забывают возвести во 2 степень, или не возводят в степень число 4, а только значение под корнем). Допускают ошибки при сокращении дробей и при переводе обыкновенной дроби в десятичную.

№9.

Решите уравнение $x^2 - 64 = 0$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

Решение:

$$x^2 - 64 = 0$$

$$(x - 8)(x + 8) = 0$$

$$x - 8 = 0, \quad x + 8 = 0$$

$$x = 8 \quad x = -8$$

Ответ: - 8.

В 9 задании учащиеся ошибаются, если не используют формулу «разность квадратов» и переносят число 64 в правую часть уравнения. В этом случае они могут потерять отрицательный корень (- 8).

№10.

В среднем из 200 карманных фонариков, поступивших в продажу, четыре неисправных. Найдите вероятность того, что выбранный наудачу в магазине фонарик окажется исправен.

Решение:

$$P = \frac{200-4}{200} = \frac{196}{200} = \frac{98}{100} = 0,98$$

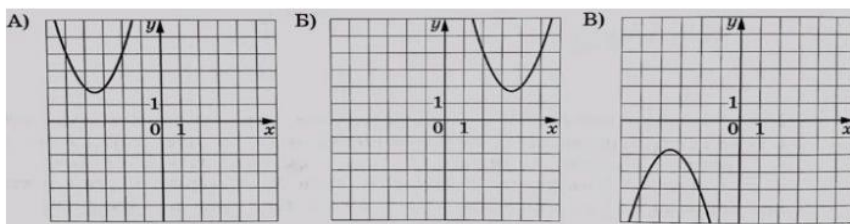
Ответ: 0,98.

В 10 задании могут быть ошибки т.к. в условии дается количество неисправных фонариков, а вопрос в задаче об исправных фонариках. Ученики не находят количество исправных фонариков ($200 - 4$) и в числитель записывают число 4. Или получив дробь $\frac{196}{200}$ делят числитель на знаменатель и допускают ошибки.

№11.

Установите соответствие между графиками и формулами, которые их задают.

ГРАФИКИ



ФОРМУЛЫ

- 1) $y = x^2 - 7x + 14$
- 2) $y = x^2 + 7x + 14$
- 3) $y = -x^2 - 7x - 14$

Ответ: 231

В 11 задании допускают ошибки, если не знают как происходит сдвиг параболы вдоль осей координат, и от как влияет первый коэффициент на направление осей параболы. Также не могут установить соответствие, используя координаты точки принадлежащей графику.

№12.

Энергия заряженного конденсатора W (в Дж) вычисляется по формуле $W = \frac{CU^2}{2}$, где C – ёмкость конденсатора (в Ф), а U – разность потенциалов на обкладках конденсатора (в В). Найдите энергию конденсатора (в Дж) ёмкостью 10^{-4} Ф, если разность потенциалов на обкладках конденсатора равна 16 В.

Решение:

Подставим все значения в формулу и выполним необходимые действия:

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{10^{-4} * 16^2}{2} = \frac{10^{-4} * 16 * 16}{2} = \frac{1}{10^4} * 8 * 16 = \frac{128}{10000} = 0,0128$$

Ответ: 0,0128

Могут быть ошибки, если ученики невнимательно читают задание и неверно подставляют значения в формулу, не понимают смысла отрицательной степени. При вычислениях число 16 не возводят во вторую степень, а умножают на два.

№13.

Укажите решение системы неравенств

$$\begin{cases} -27 + 3x > 0 \\ 6 - 3x < -6 \end{cases}$$

- 1) $(4; +\infty)$
- 2) $(4; 9)$
- 3) $(9; +\infty)$
- 4) $(-\infty; 9)$

Решение:

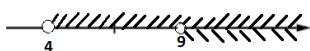
$$\begin{cases} -27 + 3x > 0 \\ 6 - 3x < -6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x > 27 & /:3 \\ -3x < -6 - 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 9 \\ -3x < -12 & /:(-3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 9 \\ x > 4 \end{cases}$$

$$x \in (9; +\infty)$$

**Ответ: 3**

В этом задании ошибки бывают при решении неравенств. Когда переносят числа из одной части неравенства в другую при этом забывают поменять знак на противоположный. При делении неравенства на отрицательное число забывают поменять знак неравенства на противоположный.

№14.

В амфитеатре 14 рядов. В первом ряду 20 мест, а в каждом следующем на 3 места больше, чем в предыдущем. Сколько мест в десятом ряду амфитеатра?

Решение:1 способ

Используем формулу n-го члена арифметической прогрессии:

$$a_1=20, d=3, n=10, a_n=?$$

$$a_n = a_1 + d(n - 1) = 20 + 3(10 - 1) = 20 + 27 = 47$$

2 способ

$$1 \text{ ряд} = 20 \text{ мест}$$

$$2 \text{ ряд} = 20 + 3 = 23 \text{ места}$$

$$3 \text{ ряд} = 23 + 3 = 26 \text{ мест}$$

...

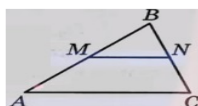
$$10 \text{ ряд} = 44 + 3 = 47 \text{ мест}$$

Ответ: 47

В 14 задании бывают вычислительные ошибки. При использовании формулы неправильно определяют члены арифметической прогрессии и разность прогрессии.

№15.

Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC, пересекает стороны AB и BC в точках M и N соответственно, AC = 44, MN = 24. Площадь треугольника ABC равна 121. Найдите площадь треугольника MNB.



Решение:

Треугольники ABC, MBN подобны. Коэффициент подобия $k = \frac{44}{24} = \frac{11}{6}$.

Отношение площадей двух подобных треугольников равно квадрату коэффициента

подобия $\frac{S_{ABC}}{S_{MBN}} = k^2 = \left(\frac{11}{6}\right)^2 = \frac{121}{36}$.

$$\frac{S_{ABC}}{S_{MBN}} = \frac{121}{36}$$

$$\frac{121}{S_{MBN}} = \frac{121}{36}$$

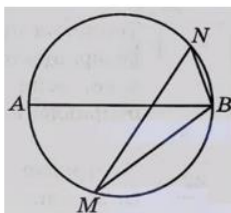
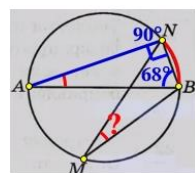
$$S_{MBN} = 36$$

Ответ: 36

В этом задании ученики не всегда учитывают, что отношение площадей подобных фигур равно квадрату коэффициента подобия. Бывают ошибки при составлении и решении пропорции.

№16.

На окружности по разные стороны от диаметра АВ взяты точки М и N. Известно, что $\angle NBA = 68^\circ$. Найдите угол NMB. Ответ дайте в градусах.

**Решение:**

Треугольник ANB – прямоугольный (угол ANB вписанный и опирается на диаметр окружности, значит этот угол 90°)

В данном треугольнике угол A = $90 - 68 = 22^\circ$

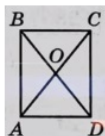
Углы NAB = NMB = 22° (как вписанные углы, которые опираются на одну дугу окружности)

Ответ: 22.

Некоторые учащиеся не видят, что треугольник ANB – прямоугольный, не помнят свойство вписанных углов, которые опираются на одну дугу.

№17.

Диагонали AC и BD прямоугольника ABCD пересекаются в точке O, $BO = 37$, $AB = 56$. Найдите AC.

**Решение:**

$$AC = BD = 2 * BO = 2 * 37 = 74$$

Ответ: 74.

В этом задании могут быть ошибки, если ученики не помнят свойство диагоналей прямоугольника (Диагонали прямоугольника равны, диагонали пересекаются и точкой пересечения делятся пополам).

№18.

На клетчатой бумаге с размером клетки 1x1 изображена трапеция. Найдите длину её средней линии.



Решение:



ср. линия трапеции = $\frac{a+b}{2} = \frac{3+7}{2} = 5$ (a, b – основания трапеции)

Ответ: 5.

В этом задании могут быть ошибки, если ученики не используют формулу для нахождения средней линии трапеции, а пытаются посчитать по клеточкам.

№19.

Какое из следующих утверждений верно?

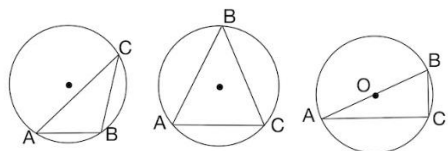
- 1) Центр описанной около треугольника окружности всегда лежит внутри этого треугольника.
- 2) Сумма углов равнобедренного треугольника равна 180 градусам.
- 3) Диагонали ромба равны.

В ответ запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: 2.

В 19 задании могут быть ошибки если учащиеся не знают теоретического материала по геометрии.

1) три случая расположения центра описанной окружности



2) сумма углов любого треугольника равна 180 градусов (в том числе и равнобедренного)

3) диагонали ромба могут быть равны только в одном случае, если ромб является квадратом.

