

**ЛОГАРИФМИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ**

Уравнения разбиты на три уровня сложности: А (простой), В (средний) и С (сложный). Уровни В и С по сложности максимально приближены к 13 заданиям ЕГЭ по профильной математике.

**Уровень А**

**1А.**  $\log_2 x = 1$

**2А.**  $\log_3 x = 2$

**3А.**  $\log_4 x = 0$

**4А.**  $\log_5 x = -2$

**5А.**  $\log_{25} x = -\frac{1}{2}$

**6А.**  $\log_8 x = \frac{1}{3}$

**7А.**  $\lg x = 2$

**8А.**  $\log_x 4 = 2$

**9А.**  $\log_x 49 = 2$

**10А.**  $\log_x \frac{1}{27} = -3$

**11А.**  $\log_x 8 = -\frac{1}{2}$

**12А.**  $\log_5 (4x - 3) = 2$

**13А.**  $\log_{1/4} (3x - 2) = 0$

**14А.**  $\log_{1/2} (5x - 2) = -3$

**15А.**  $\log_5 (4 + x) = 2$

**16А.**  $\log_3 (3 - x) = \log_3 2$

**17А.**  $\lg (2x + 3) = \lg 3$

**18А.**  $\lg (x^2 + 5x) = \lg (x^2 + 6)$

**19А.**  $\log_{x+6} 32 = 5$

**20А.**  $\log_{x+3} 81 = 4$

**21А.**  $\log_{2x+6} 8 = 3$

**22А.**  $\log_8 2^{8x-4} = 4$

**23А.**  $3^{\log_9 (5x-5)} = 5$

**24А.**  $2^{\log_4 (x+1)} = 3$

**25А.**  $\log_2 (\log_2 x) = 1$

**26А.**  $\log_5 (\log_2 x) = 0$

**27А.**  $\log_3 (x^2 + 6) = \log_3 (5x)$

**28А.**  $\log_4 (6 + 5x) = \log_4 (3 + x) + 1$

**29А.**  $\log_2 (x + 3) = \log_2 (4 + x) - 1$

**30А.**  $\log_2 (x^2 + 7x - 5) = \log_2 (4x - 1)$

**31А.**  $\log_2 (x^2 + x - 1) = \log_2 (-x + 7)$

**32А.**  $2\log_8 x = \log_8 2,5 + \log_8 10$

**33А.**  $3\log_4 x = \log_4 9 + \log_4 3$

**34А.**  $\log_3 (x - 2) + \log_3 (x + 2) = \log_3 (2x - 1)$

**35А.**  $\log_4 (x + 2) + \log_4 (x + 3) = \log_4 (1 - x)$

**36А.**  $\log_2^2 x - 4\log_2 x + 3 = 0$

**37А.**  $\log_{0,2}^2 x + \log_{0,2} x - 6 = 0$

**ОТВЕТЫ**

**1А.** 2. **2А.** 9. **3А.** 1. **4А.**  $\frac{1}{25}$ . **5А.**  $\frac{1}{5}$ . **6А.** 2. **7А.** 100. **8А.** 2. **9А.** 7. **10А.** 3. **11А.**  $\frac{1}{64}$ .

**12А.** 7. **13А.** 1. **14А.** 2. **15А.** 21. **16А.** 1. **17А.** 0. **18А.** 1,2. **19А.** -4. **20А.** 0. **21А.** -2. **22А.** 2. **23А.** 6. **24А.** 8. **25А.** 4. **26А.** 2. **27А.** 2; 3. **28А.** 6. **29А.** -2. **30А.** 1. **31А.** -4; 2. **32А.** 5. **33А.** 3. **34А.** 3. **35А.** -1. **36А.** 2; 8. **37А.** 0,04; 125.

## Уровень В

а) Решите уравнение;

б) Найдите все корни принадлежащие промежутку.

1В. а)  $\log_2(x^2 - 14x) = 5$ ; б)  $[\log_3 0,1; 5\sqrt{10}]$  [Решение](#)

2В. а)  $6\log_8^2 x - 5\log_8 x + 1 = 0$ ; б)  $[2; 2,5]$  [Решение](#)

3В. а)  $1 + \log_2(9x^2 + 5) = \log_{\sqrt{2}} \sqrt{8x^4 + 14}$ ; б)  $[-1; \frac{8}{9}]$  [Решение](#)

4В. а)  $\log_2^2(x^2) - 16\log_2(2x) + 31 = 0$ ; б)  $[3; 6]$  [Решение](#)

5В. а)  $\lg^2(10x) + \lg(10x) = 6 - 3\lg \frac{1}{x}$ ; б)  $[\log_3 \frac{1}{2}; \log_3 2^{100}]$  [Решение](#)

6В. а)  $\log_2 x + 5\log_x 2 = 6$ ; б)  $[\sqrt{2}; \sqrt{1000}]$  [Решение](#)

7В. а)  $\log_{0,5} x + 3\log_x 0,5 = 4$ ; б)  $[\frac{1}{16}; \frac{1}{7}]$  [Решение](#)

8В. а)  $\frac{1}{\lg(3x-2)} + \frac{2}{\lg(3x-2) + \lg 0,01} = -1$ ; б)  $[\sqrt{0,5}; \sqrt{17}]$  [Решение](#)

9В. а)  $\frac{6}{\lg(x+7)+2} - \frac{6}{\lg(x+7)-3} = 5$ ; б)  $[\log_2 \frac{1}{64}; \log_2 7]$  [Решение](#)

10В. а)  $\lg^2 x^2 + \lg(10x) - 6 = 0$ ; б)  $[\frac{1}{10}; \sqrt{101}]$  [Решение](#)

11В. а)  $\log_2(x+2)^2 + \log_2(x+10)^2 = 4\log_2 3$ ; б)  $[-8; 0]$  [Решение](#)

12В. а)  $\lg^2(8x-9) = \lg^2(6x-4)$ ; б)  $[1; 2]$  [Решение](#)

13В. а)  $\lg(10x^2) \lg x = 1$ ; б)  $[\log_5 2; \log_5 600]$  [Решение](#)

14В. а)  $\lg^2 x^3 - 20\lg \sqrt{x} + 1 = 0$ ; б)  $[2; 10]$  [Решение](#)

15В. а)  $2\log_9 x + 9\log_x 3 = 10$ ; б)  $[3; 3^{\log_2 256}]$  [Решение](#)

16В. а)  $\log_x 3 \cdot \log_{3x} 3 = \frac{1}{6}$ ; б)  $[\frac{1}{28}; 3^{1,9}]$  [Решение](#)

17В. а)  $\log_x(125x) \cdot \log_{25}^2 x = 1$ ; б)  $[0; 3^{\log_3 4}]$  [Решение](#)

18В. а)  $\log_{2x}^2(4x^3) - 2 = \log_{2x}(4x)$ ; б)  $[\frac{1}{2}; \frac{1}{\sqrt[10]{2}}]$  [Решение](#)

- 19B. а)  $\log_x \sqrt{5} + \log_x (5x) = \frac{9}{4} + \log_x^2 \sqrt{5};$  б)  $\left[\frac{1}{5}; \sqrt{5}\right]$  [Решение](#)
- 20B. а)  $\log_{3x} \frac{3}{x} + \log_3^2 x = 1;$  б)  $\left[\frac{1}{8}; 3\right]$  [Решение](#)
- 21B. а)  $x^{\log_3 x} = 81;$  б)  $[0; 5]$  [Решение](#)
- 22B. а)  $x^{\log_{0,5} x} = \frac{1}{16};$  б)  $\left[\frac{1}{\sqrt{2}}; \sqrt{32}\right]$  [Решение](#)
- 23B. а)  $x^{1+\log_3 x} = 9;$  б)  $\left[\frac{1}{\sqrt{3}}; 3\right]$  [Решение](#)
- 24B. а)  $x^{\log_{0,5} x - 2} = 0,125;$  б)  $\left[\frac{1}{7}; 2\right]$  [Решение](#)
- 25B. а)  $x^{\frac{\lg x + 5}{3}} = 10^{5+\lg x};$  б)  $[10^{-4}; 10^4]$  [Решение](#)
- 26B. а)  $x^{\log_4 x - 2} = 2^{3(\log_4 x - 1)};$  б)  $[3^{\log_3 2}; 2^{\log_2 63}]$  [Решение](#)
- 27B. а)  $2^{\log_2^2 x} + x^{\log_2 x^2} = 6;$  б)  $[1; 2]$  [Решение](#)
- 28B. а)  $3^{\log_3^2 x} + x^{\log_3 x} = 162;$  б)  $\left[\frac{1}{\sqrt{3}}; \sqrt{90}\right]$  [Решение](#)
- 29B. а)  $x^{\log_2 x} + 2 \cdot x^{-\log_2 x} = 3;$  б)  $[1; \sqrt{7}]$  [Решение](#)
- 30B. а)  $\log_x \sqrt{2} - \log_x^2 \sqrt{2} = \log_3 27 - \log_x (2x);$  б)  $[\sqrt[5]{2}; \sqrt[3]{2}]$  [Решение](#)
- 31B. а)  $\lg^4 (x-1)^2 + \lg^2 (x-1)^3 = 25;$  б)  $[1; 10]$  [Решение](#)
- 32B. а)  $\frac{\log_3 x - 1}{\log_3 \frac{x}{3}} - 2\log_3 \sqrt{x} + \log_3^2 x = 3;$  б)  $[\sqrt{3}; \sqrt{82}]$  [Решение](#)
- 33B. а)  $\log_{\frac{1}{4}}^2 \frac{x}{16} + \log_{\frac{1}{4}}^2 \frac{x}{4} = 1;$  б)  $[3; 2^{\log_2 15}]$  [Решение](#)
- 34B. а)  $\log_{0,5}^2 (4x) + \log_2 \frac{x^2}{8} = 8;$  б)  $\left[2^{-4\log_3 9}; \frac{3}{2}\right]$  [Решение](#)
- 35B. а)  $|\log_{\sqrt{3}} x - 2| - |\log_3 x - 2| = 2;$  б)  $[1; 10]$  [Решение](#)
- 36B. а)  $\log_2 \log_3 (x^2 - 16) - \log_{1/2} \log_{1/3} \frac{1}{x^2 - 16} = 2;$  б)  $[-6; 4]$  [Решение](#)
- 37B. а)  $\log_2 x \cdot \log_3 x = \log_3 x^3 + \log_2 x^2 - 6;$  б)  $[9; 10]$  [Решение](#)

38B. а)  $16 - 4^{x \lg 7} = |6 \cdot 7^{x \lg 2} - 24|$ ;

б)  $[1,5; 2,5]$

Решение**ОТВЕТЫ**

- 1B. а) 16; -2; б) -2. 2B. а) 2;  $2\sqrt{2}$ ; б) 2. 3B. а)  $\pm\sqrt{2}$ ;  $\pm\frac{1}{2}$ ; б)  $\pm\frac{1}{2}$ . 4B. а)  $2\sqrt{2}$ ;  $4\sqrt{2}$ ; б)  $4\sqrt{2}$ . 5B. а)  $\frac{1}{100}$ ; 100; б)  $\frac{1}{100}$ . 6B. а) 2; 32; б) 2. 7B. а)  $\frac{1}{2}$ ;  $\frac{1}{8}$ ; б)  $\frac{1}{8}$ . 8B. а) 0,67; 4; б) 4. 9B. а) 3; -6; б) -6. 10B. а) 10;  $10^{-5/4}$ ; б) 10. 11B. а) -11; -1;  $-6 \pm \sqrt{7}$ ; б) -1;  $-6 + \sqrt{7}$ . 12B. а)  $\frac{5}{2}$ ;  $\frac{7}{6}$ ; б)  $\frac{7}{6}$ . 13B. а)  $\frac{1}{10}$ ;  $\sqrt{10}$ ; б)  $\sqrt{10}$ . 14B. а)  $\sqrt[9]{10}$ ; 10; б) 10. 15B. а) 3;  $3^9$ ; б) 3. 16B. а)  $\frac{1}{27}$ ; 9; б)  $\frac{1}{27}$ . 17B. а)  $\frac{1}{625}$ ; 5; б)  $\frac{1}{625}$ . 18B. а) 1;  $2^{-5/6}$ ; б)  $2^{-5/6}$ . 19B. а) 5;  $\sqrt[5]{5}$ ; б)  $\sqrt[5]{5}$ . 20B. а)  $\frac{1}{9}$ ; 1; 3; б) 1; 3. 21B. а)  $\frac{1}{9}$ ; 9; б)  $\frac{1}{9}$ . 22B. а)  $\frac{1}{4}$ ; 4; б) 4. 23B. а)  $\frac{1}{9}$ ; 3; б) 3. 24B. а)  $\frac{1}{8}$ ; 2; б) 2. 25B. а)  $10^{-5}$ ; 1000; б) 1000. 26B. а) 2; 64; б) 2. 27B. а)  $\frac{1}{2}$ ; 2; б) 2. 28B. а)  $\frac{1}{9}$ ; 9; б) 9. 29B. а)  $\frac{1}{2}$ ; 1; 2; б) 1; 2. 30B. а)  $\sqrt[4]{2}$ ;  $\sqrt{2}$ ; б)  $\sqrt[4]{2}$ . 31B. а) 1,1; 11; б) 1,1. 32B. а)  $\frac{1}{3}$ ; 9; б) 9. 33B. а) 4; 16; б) 4. 34B. а)  $\frac{1}{128}$ ; 2; б)  $\frac{1}{128}$ . 35B. а)  $\frac{1}{9}$ ; 9; б) 9. 36B. а)  $\pm 5$ ; б) -5. 37B. а) 8; 9; б) 9. 38B. а)  $\log_7 10$ ;  $\log_7 100$ ; б)  $\log_7 100$ .

**Уровень С**

1C.  $80 \log_{8x} \sqrt[4]{2x} - 14 \log_{32x} (8x^3) - \log_x (2x) = 0$ ;

2C.  $\log_{\sqrt{5}} (x - \sqrt{x^2 - 5}) \cdot \log_5 (x + \sqrt{x^2 - 5}) + 1,5 = 0$ ;

3C.  $x(1 - \lg 5) = \lg(4^x - 12)$ ;

4C.  $\frac{1}{4} \log_{\sqrt{x+1}} 9 + \log_{3x} 3 = 0$ ;

5C.  $2 \log_3 (x-2) + \log_3 (x-4)^2 = 0$ ;

6C.  $\frac{2}{\sqrt{3} \log_2 \sqrt{x^2}} - \frac{1}{\sqrt{\log_2 (-x)}} = 0$ ;

7C.  $\sqrt{\log_x \sqrt{5x}} = -\log_x 5;$

8C.  $\sqrt{\log_3 x^9} - 4\log_9 \sqrt{3x} = 1;$

9C.  $\log_{\sqrt{3}} x \sqrt{\log_{\sqrt{3}} 3 - \log_x 9} + 4 = 0;$

10C.  $3 \cdot 2^{\log_x(3x-2)} + 2 \cdot 3^{\log_x(3x-2)} = 5 \cdot 6^{\log_{x^2}(3x-2)};$

11C.  $5^{\lg x} - 3^{\lg x} = 5 \cdot (3) \cdot 3^{0,5 \lg x} \cdot 5^{0,5(\lg x - 2)};$

12C.  $|\log_2(3x-1) - \log_2 3| = |\log_2(5-2x) - 1|;$

13C.  $(x-4)^2 \log_4(x-1) - 2\log_4(x-1)^2 = (x-4)^2 \log_{x-1} 4 - 2\log_{x-1} 16;$

14C.  $2\log_{x-2} \sqrt{3} + (x-4)^2 \log_3(x-2) = (x-4)^2 \log_{x-2} 3 + 2\log_3 \sqrt{x-2};$

15C.  $\left(\log_3 \frac{3}{x}\right) \log_2 x - \log_3 \frac{x^3}{\sqrt{3}} = \frac{1}{2} + \log_2 \sqrt{x};$

16C.  $\frac{4}{3} \left(\log_3(5x-6)^3\right)^2 - \log_3(5x-6)^3 \cdot \log_3 x^6 = -6 \left(\log_3 \frac{1}{x}\right)^2;$

17C.  $\frac{3}{2} \left(\log_5(2x-3)^2\right)^2 + 12 \left(\log_5 \sqrt{x}\right)^2 = \log_5(2x-3)^3 \cdot \log_5 x^3;$

18C.  $\log_9(x^2 - 5x + 6)^2 = \frac{1}{2} \log_{\sqrt{3}} \frac{x-1}{2} + \log_3 |x-3|;$

19C.  $\log_{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}} x + \log_x(\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5}) = \frac{3}{2} + \log_x 2\sqrt{6}.$

**ОТВЕТЫ**

1C.  $\frac{1}{2}$ . 2C.  $\frac{13\sqrt{5}}{5}$ . 3C. 2. 4C.  $\frac{\sqrt{21}-3}{6}$ . 5C. 3;  $3+\sqrt{2}$ . 6C.  $-\sqrt[3]{16}$ . 7C.  $\frac{1}{25}$ . 8C.

3; 81. 9C.  $\frac{1}{3}$ . 10C. 2. 11C. 100. 12C. 1;  $\frac{17}{12}$ ;  $\frac{11}{6}$ . 13C.  $\frac{5}{4}$ ; 5; 6. 14C.  $\frac{7}{3}$ ; 5. 15C.

$\frac{\sqrt{3}}{8}$ ; 1. 16C.  $\frac{36}{25}$ ;  $\frac{3}{2}$ . 17C.  $\frac{9}{4}$ ; 3. 18C.  $\frac{5}{3}$ . 19C.  $(\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5})^2$ ;  $\frac{1}{\sqrt{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}}}$ .