

**РАЦИОНАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ.**

Уравнения разбиты на три уровня сложности: А (простой), В (средний) и С (сложный). Уровни В и С по сложности максимально приближены к 13 заданиям ЕГЭ по профильной математике.

**Уровень А**

1А. $\frac{1}{x^2} + \frac{2}{x} - 3 = 0$	<a href="#">Решение</a>
2А. $\frac{1}{x^2} + \frac{3}{x} = 10$	<a href="#">Решение</a>
3А. $\frac{1}{(x-2)^2} - \frac{1}{x-2} - 6 = 0$	<a href="#">Решение</a>
4А. $\frac{1}{(x-3)^2} = \frac{3}{x-3} + 4$	<a href="#">Решение</a>
5А. $(x-2)(x-3)(x-4) = (x-2)(x-3)(x-5)$	<a href="#">Решение</a>
6А. $(x+3)(x+1)(x-7) = (x+3)(x+1)(x-8)$	<a href="#">Решение</a>
7А. $(x+5)^3 = 25(x+5)$	<a href="#">Решение</a>
8А. $(x+7)^3 = 49(x+7)$	<a href="#">Решение</a>
9А. $(x-2)^2(x-3) = 12(x-2)$	<a href="#">Решение</a>
10А. $(x+1)^2(x-4) = -6(x+1)$	<a href="#">Решение</a>
11А. $(x-1)(x^2 + 4x + 4) = 4(x+2)$	<a href="#">Решение</a>
12А. $x(x^2 + 2x + 1) = 2(x+1)$	<a href="#">Решение</a>
13А. $(2x-3)^2(x-3) = (2x-3)(x-3)^2$	<a href="#">Решение</a>
14А. $(2x-9)^2(x-9) = (2x-9)(x-9)^2$	<a href="#">Решение</a>
15А. $x^3 = 4x^2 + 5x$	<a href="#">Решение</a>

<b>16А.</b> $x^3 - 3x^2 = 4x$	<a href="#">Решение</a>
<b>17А.</b> $x^3 + 3x^2 - 2x - 6 = 0$	<a href="#">Решение</a>
<b>18А.</b> $x^3 - 3x^2 - 3x + 9 = 0$	<a href="#">Решение</a>
<b>19А.</b> $2x^3 - 5x^2 - 2x + 5 = 0$	<a href="#">Решение</a>
<b>20А.</b> $2x^3 - x^2 - 8x + 4 = 0$	<a href="#">Решение</a>
<b>21А.</b> $x^4 + 2x^2 - 8 = 0$	<a href="#">Решение</a>
<b>22А.</b> $x^4 - 7x^2 + 12 = 0$	<a href="#">Решение</a>
<b>23А.</b> $2x^4 - 19x^2 + 9 = 0$	<a href="#">Решение</a>
<b>24А.</b> $3x^4 - 13x^2 + 4 = 0$	<a href="#">Решение</a>
<b>25А.</b> $(x-5)^4 - 3(x-5)^2 - 4 = 0$	<a href="#">Решение</a>
<b>26А.</b> $(x+2)^4 + 5(x+2)^2 - 36 = 0$	<a href="#">Решение</a>

**ОТВЕТЫ**

1А.  $-\frac{1}{3}$ ; 1. 2А.  $-\frac{1}{5}$ ;  $\frac{1}{2}$ . 3А.  $\frac{3}{2}$ ;  $\frac{7}{3}$ . 4А. 2;  $\frac{13}{4}$ . 5А. 2; 3. 6А. -3; -1. 7А. -10; -5;  
 0. 8А. -14; -7; 0. 9А. -1; 2; 6. 10А. -1; 1; 2. 11А. -3; -2; 2. 12А. -2; -1; 1.  
 13А. 0;  $\frac{3}{2}$ ; 3. 14А. 0;  $\frac{9}{2}$ ; 9. 15А. -1; 0; 5. 16А. -1; 0; 4. 17А. -3;  $\pm\sqrt{2}$ . 18А.  
 $\pm\sqrt{3}$ ; 3. 19А. -1; 1; 2,5. 20А. -2; 0,5; 2. 21А.  $\pm\sqrt{2}$ . 22А.  $\pm\sqrt{3}$ ;  $\pm 2$ . 23А.  
 $\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$ ;  $\pm 3$ . 24А.  $\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$ ;  $\pm 2$ . 25А. 3; 7. 26А. -4; 0.

**Уровень В**

а) Решите уравнение;

б) Найдите все корни принадлежащие промежутку.

<b>1В.</b> а) $x^7 + 7x^4 - 8x = 0$ ;	б) $[-\sqrt{2}; 0]$	<a href="#">Решение</a>
<b>2В.</b> а) $x^5 + 6x^3 - 7x = 0$ ;	б) $\left[0; \frac{1}{\sqrt{2}}\right]$	<a href="#">Решение</a>

<b>3B. а)</b> $(x-3)^3 - x^2 + 9 = 0;$	б) $[\sqrt{2}; \sqrt{10}]$	<a href="#">Решение</a>
<b>4B. а)</b> $(x+0,5)(x^2-9) = (2x+1)(x+3)^2;$	б) $[-3; -\frac{1}{3}]$	<a href="#">Решение</a>
<b>5B. а)</b> $(x-3)(x-1)^3 + (3-x)(x-2)^3 = 7(x-3);$	б) $[-1; \sqrt{8}]$	<a href="#">Решение</a>
<b>6B. а)</b> $(x-1)(x-2)^3 + (1-x)(x-3)^3 = 19(x-1);$	б) $[0; 2\sqrt{6}]$	<a href="#">Решение</a>
<b>7B. а)</b> $(x-\sqrt{3})^4 - 5(x-\sqrt{3})^2 + 4 = 0;$	б) $[0; \sqrt{3}]$	<a href="#">Решение</a>
<b>8B. а)</b> $(x^2-x)^2 - 3(x^2-x) + 2 = 0;$	б) $[-\frac{7}{10}; \frac{8}{5}]$	<a href="#">Решение</a>
<b>9B. а)</b> $(x(x+1)-7) \cdot (x^2+x-4) + 2 = 0;$	б) $[-3; 0]$	<a href="#">Решение</a>
<b>10B. а)</b> $(x^2-6x)^2 - 2(x-3)^2 = 81;$	б) $[2; 8]$	<a href="#">Решение</a>
<b>11B. а)</b> $\left(\frac{3x-1}{x+1}\right)^2 - \frac{27x-9}{x+1} + 14 = 0;$	б) $[-2\sqrt{2}; 2\sqrt{2}]$	<a href="#">Решение</a>
<b>12B. а)</b> $3 \cdot \left(\frac{2x-3}{x+1}\right)^2 - \frac{44x-66}{x+1} + 7 = 0;$	б) $[-\sqrt{3}; \sqrt{5}]$	<a href="#">Решение</a>
<b>13B. а)</b> $\frac{x^2-x}{x^2-x+1} - \frac{x^2-x+2}{x^2-x-2} = 1;$	б) $(0; \sqrt{2}]$	<a href="#">Решение</a>
<b>14B. а)</b> $\frac{x^2+1}{x} + \frac{x}{x^2+1} = -\frac{5}{2};$	б) $[-\sqrt{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2}]$	<a href="#">Решение</a>
<b>15B. а)</b> $\frac{x+1}{x-1} + \frac{6x-6}{x+1} - 5 = 0;$	б) $[\frac{\sqrt{15}}{2}; 2\sqrt{2}]$	<a href="#">Решение</a>
<b>16B. а)</b> $(x^2-4x+5)^2 = (x^2-2x-1)^2;$	б) $(1; \sqrt{7}]$	<a href="#">Решение</a>
<b>17B. а)</b> $(x^3+x+1)^2 = (x^2+3x-1)^2;$	б) $[-\sqrt{3}; \frac{\sqrt{5}}{3}]$	<a href="#">Решение</a>

<b>18B. a)</b> $(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)=15;$	б) $[1; 5]$	<a href="#">Решение</a>
<b>19B. a)</b> $x(x+1)(x+2)(x+3)=48;$	б) $[-4, 3; 1, 5]$	<a href="#">Решение</a>
<b>20B. a)</b> $\frac{4x}{4x^2-8x+7} + \frac{3x}{4x^2-10x+7} = 1;$	б) $[\sqrt{0,5}; \sqrt{13}]$	<a href="#">Решение</a>
<b>21B. a)</b> $\frac{4x}{x^2+x+3} + \frac{5x}{x^2-5x+3} = -\frac{3}{2};$	б) $[-5; -3]$	<a href="#">Решение</a>
<b>22B. a)</b> $x^4 - 4x^3 + 5x^2 - 4x + 1 = 0;$	б) $\left[0; \frac{5}{2}\right]$	<a href="#">Решение</a>
<b>23B. a)</b> $x^4 - 2x^3 - x^2 - 2x + 1 = 0;$	б) $\left[\frac{1}{2}; 3\right]$	<a href="#">Решение</a>
<b>24B. a)</b> $x^2 + x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 4;$	б) $[-1; 1]$	<a href="#">Решение</a>
<b>25B. a)</b> $x^2 + \frac{4}{x^2} = x - \frac{2}{x} + 4;$	б) $[0; \sqrt{3}]$	<a href="#">Решение</a>
<b>26B. a)</b> $4x^2 + 12x + \frac{12}{x} + \frac{4}{x^2} = 47;$	б) $\left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$	<a href="#">Решение</a>
<b>27B. a)</b> $\frac{x^2}{3} + \frac{48}{x^2} = 10\left(\frac{x}{3} - \frac{4}{x}\right);$	б) $[-2; 0]$	<a href="#">Решение</a>
<b>28B. a)</b> $x^3 - 4x^2 + 3x + 2 = 0;$	б) $\left[2; \frac{5}{2}\right]$	<a href="#">Решение</a>
<b>29B. a)</b> $x^3 - x^2 - 9x - 6 = 0;$	б) $[0; 4]$	<a href="#">Решение</a>
<b>30B. a)</b> $x^4 + x^3 + x^2 + 3x + 2 = 0;$	б) $[-\sqrt{2}; 0]$	<a href="#">Решение</a>
<b>31B. a)</b> $x^4 - 2x^3 - x^2 + 2x = 0;$	б) $\left[-\sqrt{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$	<a href="#">Решение</a>
<b>32B. a)</b> $x^3 - x^2 - \frac{8}{x^3 - x^2} = 2;$	б) $[0; \sqrt{5}]$	<a href="#">Решение</a>

<b>33B.</b> а) $x^4 - 4x^3 + 12x - 9 = 0;$	б) $[-\sqrt{5}; \sqrt{2}]$	<a href="#">Решение</a>
<b>34B.</b> а) $x^4 - 3x^3 + 6x - 4 = 0;$	б) $[-1; \sqrt{3}]$	<a href="#">Решение</a>
<b>35B.</b> а) $\frac{x^3 - 6x^2 + 11x - 6}{x - 2} = 0;$	б) $[\sqrt{2}; 2\sqrt{3}]$	<a href="#">Решение</a>
<b>36B.</b> а) $\frac{2x^3 - 3x^2 - 11x + 6}{2x^3 - x^2 + 2x - 1} = 0;$	б) $[-\sqrt{3}; 3\sqrt{2}]$	<a href="#">Решение</a>
<b>37B.</b> а) $\left(\frac{x^2 - 2x + 3}{x}\right)^2 - 5x = \frac{15}{x} - 16;$	б) $\left[\frac{1}{2}; 4\right]$	<a href="#">Решение</a>
<b>38B.</b> а) $\frac{(x-2)^2}{2} + \frac{18}{(x-2)^2} = 7\left(\frac{x-2}{2} - \frac{3}{x-2}\right) + 10;$	б) $[-2; 2]$	<a href="#">Решение</a>
<b>39B.</b> а) $\frac{(x-1)^2}{8} + \frac{8}{(x-1)^2} = 7\left(\frac{x-1}{4} - \frac{2}{x-1}\right) - 1;$	б) $[-2; 3]$	<a href="#">Решение</a>
<b>40B.</b> а) $(x-2)^4 + 3(x-2)^2(x-3)^2 - 4(x-3)^4 = 0;$	б) $[\sqrt{6}; 3]$	<a href="#">Решение</a>
<b>41B.</b> а) $2(x^3 + 1) + (x^2 - x + 1)^2 = 3(x+1)^2;$	б) $[1; \sqrt{5}]$	<a href="#">Решение</a>
<b>42B.</b> а) $2(x^2 + x + 1)^2 - 7(x-1)^2 = 13(x^3 - 1);$	б) $[0; 3]$	<a href="#">Решение</a>
<b>43B.</b> а) $20\left(\frac{x-2}{x+1}\right)^2 - 5\left(\frac{x+2}{x-1}\right)^2 + 48\frac{x^2-4}{x^2-1} = 0;$	б) $\left[\frac{1}{3}; \frac{5}{3}\right]$	<a href="#">Решение</a>
<b>44B.</b> а) $5\left(\frac{x-2}{x+1}\right)^2 - 44\left(\frac{x+2}{x-1}\right)^2 + 12\frac{x^2-4}{x^2-1} = 0;$	б) $[-1; 0]$	<a href="#">Решение</a>
<b>45B.</b> а) $(2x-2)^2(x+1)^2 - \sqrt{2}(x^2-1) - 6 = 0;$	б) $[-\sqrt{2}; \sqrt[3]{4}]$	<a href="#">Решение</a>

**ОТВЕТЫ**

**1B.** а)  $-2; 0; 1;$  б) 0. **2B.** а)  $-1; 0; 1;$  б) 0. **3B.** а)  $1; 3; 6;$  б) 3. **4B.** а)  $-9; -3; -0,5;$  б)  $-3; -0,5.$  **5B.** а)  $0; 3;$  б) 0. **6B.** а)  $0; 1; 5;$  б) 0; 1. **7B.** а)

- $\sqrt{3} \pm 2$ ;  $\sqrt{3} \pm 1$ ; б)  $\sqrt{3} - 1$ . **8B.** а)  $-1$ ;  $2$ ;  $\frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$ ; б)  $\frac{1 - \sqrt{5}}{2}$ . **9B.** а)  $-3$ ;  $2$ ;  $\frac{-1 \pm \sqrt{21}}{2}$ ; б)  $-3$ ;  $\frac{-1 - \sqrt{21}}{2}$ . **10B.** а)  $3$ ;  $3 \pm 2\sqrt{5}$ ; б)  $3$ ;  $3 + 2\sqrt{5}$ . **11B.** а)  $-2$ ;  $3$ ; б)  $-2$ . **12B.** а)  $-2$ ;  $2$ ; б)  $2$ . **13B.** а)  $0$ ;  $1$ ; б)  $1$ . **14B.** а)  $-1$ ; б)  $-1$ . **15B.** а)  $2$ ;  $3$ ; б)  $2$ . **16B.** а)  $1$ ;  $2$ ;  $3$ ; б)  $2$ . **17B.** а)  $\pm\sqrt{2}$ ;  $0$ ;  $1$ ; б)  $-\sqrt{2}$ ;  $0$ . **18B.** а)  $\frac{5 \pm \sqrt{21}}{2}$ ; б)  $\frac{5 + \sqrt{21}}{2}$ . **19B.** а)  $\frac{-3 \pm \sqrt{33}}{2}$ ; б)  $\frac{-3 + \sqrt{33}}{2}$ . **20B.** а)  $0,5$ ;  $3,5$ ; б)  $3,5$ . **21B.** а)  $\frac{-5 \pm \sqrt{13}}{2}$ ; б)  $\frac{-5 - \sqrt{13}}{2}$ . **22B.** а)  $\frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$ ; б)  $\frac{3 - \sqrt{5}}{2}$ . **23B.** а)  $\frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$ ; б)  $\frac{3 + \sqrt{5}}{2}$ . **24B.** а)  $1$ ;  $\frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$ ; б)  $1$ ;  $\frac{-3 + \sqrt{5}}{2}$ . **25B.** а)  $\pm\sqrt{2}$ ;  $-1$ ;  $2$ ; б)  $\sqrt{2}$ . **26B.** а)  $\frac{1}{2}$ ;  $2$ ;  $\frac{-11 \pm \sqrt{105}}{4}$ ; б)  $\frac{1}{2}$ ;  $\frac{-11 + \sqrt{105}}{4}$ . **27B.** а)  $-2$ ;  $6$ ;  $3 \pm \sqrt{21}$ ; б)  $-2$ ;  $3 - \sqrt{21}$ . **28B.** а)  $2$ ;  $1 \pm \sqrt{2}$ ; б)  $2$ ;  $1 + \sqrt{2}$ . **29B.** а)  $-2$ ;  $\frac{3 \pm \sqrt{21}}{2}$ ; б)  $\frac{3 + \sqrt{21}}{2}$ . **30B.** а)  $-1$ ; б)  $-1$ . **31B.** а)  $-1$ ;  $0$ ;  $1$ ;  $2$ ; б)  $-1$ ;  $0$ . **32B.** а)  $-1$ ;  $2$ ; б)  $2$ . **33B.** а)  $\pm\sqrt{3}$ ;  $1$ ;  $3$ ; б)  $-\sqrt{3}$ ;  $1$ . **34B.** а)  $\pm\sqrt{2}$ ;  $1$ ;  $2$ ; б)  $1$ ;  $\sqrt{2}$ . **35B.** а)  $1$ ;  $3$ ; б)  $3$ . **36B.** а)  $-2$ ;  $3$ ; б)  $3$ . **37B.** а)  $1$ ;  $3$ ;  $\frac{5 \pm \sqrt{13}}{2}$ ; б)  $1$ ;  $3$ ;  $\frac{5 - \sqrt{13}}{2}$ . **38B.** а)  $-1$ ;  $4$ ;  $6 \pm \sqrt{22}$ ; б)  $-1$ ;  $6 - \sqrt{22}$ . **39B.** а)  $-1$ ;  $5$ ;  $7 \pm 2\sqrt{11}$ ; б)  $-1$ ;  $7 - 2\sqrt{11}$ . **40B.** а)  $2,5$ ; б)  $2,5$ . **41B.** а)  $0$ ;  $2$ ; б)  $2$ . **42B.** а)  $-1$ ;  $-0,5$ ;  $2$ ;  $4$ ; б)  $2$ . **43B.** а)  $\frac{2}{3}$ ;  $3$ ; б)  $\frac{2}{3}$ . **44B.** а)  $\frac{-9 \pm \sqrt{73}}{2}$ ; б)  $\frac{-9 + \sqrt{73}}{2}$ . **45B.** а)  $\pm\sqrt{1 + \sqrt{2}}$ ; б)  $\sqrt{1 + \sqrt{2}}$ .

## Уровень С

<b>1C.</b> $3\left(x + \frac{1}{x^2}\right) - 7\left(1 + \frac{1}{x}\right) = 0$ .	<a href="#">Решение</a>
<b>2C.</b> $x^3 + \frac{1}{x^3} + x^2 + \frac{1}{x^2} + x + \frac{1}{x} = 6$ .	<a href="#">Решение</a>
<b>3C.</b> $(x+3)^4 + (x+5)^4 = 16$ .	<a href="#">Решение</a>

<b>4C.</b> $(x-2)^4 + (x-3)^4 = 1$ .	<a href="#">Решение</a>
<b>5C.</b> $10x^3 - 3x^2 - 2x + 1 = 0$ .	<a href="#">Решение</a>
<b>6C.</b> $4x^4 - 16x^3 + 3x^2 + 4x - 1 = 0$ .	<a href="#">Решение</a>
<b>7C.</b> $(x-1)^5 + (x+3)^5 = 242(x+1)$ .	<a href="#">Решение</a>
<b>8C.</b> $(x-2)^6 + (x-4)^6 = 64$ .	<a href="#">Решение</a>
<b>9C.</b> $x^4 + x(x+2) + 1 = 0$ .	<a href="#">Решение</a>
<b>10C.</b> $x^2 + \frac{25x^2}{(x+5)^2} = 11$ .	<a href="#">Решение</a>
<b>11C.</b> Составить уравнение с целыми коэффициентами возможно более низкой степени, одним из корней которого было бы число $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ .	<a href="#">Решение</a>
<b>12C.</b> Найти коэффициенты $a$ и $b$ уравнения $x^4 + x^3 - 18x^2 + ax + b = 0$ , если известно, что среди его корней имеются три равных целых числа.	<a href="#">Решение</a>
<b>13C.</b> Решить уравнение $x^4 - 4x^3 + 3x^2 + 8x - 10 = 0$ , если известно, что два его корня отличаются друг от друга только знаками.	<a href="#">Решение</a>

## ОТВЕТЫ

1C.  $-1; \frac{1}{3}; 3$ . 2C. 1. 3C.  $-5; -3$ . 4C.  $2; 3$ . 5C.  $-0,5$ . 6C.  $\pm \frac{1}{2}; \frac{1}{2 \pm \sqrt{3}}$ . 7C.  $-2; -1; 0$ . 8C.  $2; 4$ . 9C.  $\emptyset$ . 10C.  $\frac{1 \pm \sqrt{21}}{2}$ . 11C.  $x^4 - 10x^2 + 1 = 0$ . 12C.  $a = -52; b = -40$ . 13C.  $\pm \sqrt{2}$ .