

ЛОГАРИФМИЧЕСКИЕ НЕРАВЕНСТВА С ПЕРЕМЕННЫМ ОСНОВАНИЕМ

Логарифмические неравенства с переменным основанием по сложности максимально приближены к 15 заданиям ЕГЭ по профильной математике.

1) $\log_x(4-x) \cdot \log_x(x+1) \geq 0$	Решение
2) $\log_{x-1}(5-x) \cdot \log_{x-1} x \geq 0$	Решение
3) $(x^2 + 3x + 2) \cdot \log_{x+3}(x+2) \cdot \log_3(x-1)^2 \leq 0$	Решение
4) $(x^2 + 7x + 12) \cdot \log_{x+5}(x+4) \cdot \log_5(x+1)^2 \leq 0$	Решение
5) $\frac{(x^2 + 9x + 20) \cdot \log_{x+6}(x+5) \cdot \lg(x+2)^2}{2x^2 + 21x + 54} \leq 0$	Решение
6) $\frac{(x^2 - 7x + 12) \cdot \log_{x-2}(x-3) \cdot \ln(x-6)^2}{2x^2 - 11x + 14} \leq 0$	Решение
7) $(4x - 7) \cdot \log_{x^2-4x+5}(3x-5) \geq 0$	Решение
8) $(4x + 13) \cdot \log_{x^2+6x+10}(3x+10) \geq 0$	Решение
9) $\log_{(\sqrt{5})^{x+\frac{1}{3}}} 5^{\frac{4}{x^2+3x}} \leq \frac{6}{3x+1}$	Решение
10) $\log_{(\sqrt{7})^{x+\frac{1}{2}}} 7^{\frac{2}{x^2+x}} \leq \frac{4}{2x+1}$	Решение
11) $\log_{5-x}(x+3) \leq 0$	Решение
12) $\log_{7-x}(2x+9) \leq 0$	Решение
13) $\log_{x/3}(3x^2 - 2x + 1) \geq 0$	Решение
14) $\log_{x/2}(4x^2 - 3x + 1) \geq 0$	Решение

15) $\log_{x^2} \left(\frac{1}{x} + \frac{2}{x^2} \right) \leq 0$	Решение
16) $\log_{x^2} \left(\frac{2}{x^2} - \frac{1}{x} \right) \leq 0$	Решение
17) $\log_{6x^2-x-1} (2x^2 - 5x + 3) \geq 0$	Решение
18) $\log_{6x^2+5x} (2x^2 - 3x + 1) \geq 0$	Решение
19) $\log_{5x} (x^2 - 14x + 48) < 1$	Решение
20) $\log_{7x} (x^2 - 13x + 36) < 1$	Решение
21) $2^{\lg(\cos(-6\pi))} \geq \log_{x^2} (2x^2 - 6x + 9)$	Решение
22) $7^{\ln(\cos(-2\pi))} \geq \log_{x^2} (2x^2 - 10x + 25)$	Решение
23) $\log_{x+2} (7x^2 + 11x - 6) < 2$	Решение
24) $\log_{x+1} (6x^2 + x - 5) < 2$	Решение
25) $\log_{(x-1)^2} (x-2)^2 \leq 1$	Решение
26) $\log_{(x-2)^2} (x-3)^2 \leq 1$	Решение
27) $\log_{x+2} (x^2 - 5x + 1) \leq \log_{\frac{4x+5}{5x+6}} 1$	Решение
28) $\log_{x+3} (x^2 - 3x + 1) \leq \log_{\frac{2x+5}{3x+7}} 1$	Решение
29) $\log_{2x+4} (2x-3)^2 \leq 2\log_{2x+4} (x+2)$	Решение
30) $\log_{2x+2} (2x-5)^2 \leq 2\log_{2x+2} (x+1)$	Решение
31) $\log_x (x+4) \cdot \log_{x+4} (x+8) \cdot \log_{x+8} (x+12) \leq 2$	Решение
32) $\log_x (x+10) \cdot \log_{x+10} (x+20) \cdot \log_{x+20} (x+30) \leq 2$	Решение

33) $\log_x (x^3 - 8) \leq \log_x (x^3 + 2x - 13)$	Решение
34) $\log_x (x^3 - 1) \leq \log_x (x^3 + 2x - 4)$	Решение
35) $\frac{\log_{x+3} (x^2 - x + 30)}{\log_{x+3} (x^2 - x - 1)} \geq \frac{\lg (x^4 - 2x^3 + x^2)}{\lg (x^2 - x - 1)}$	Решение
36) $\frac{\log_{x+5} (x^2 + 2x + 56)}{\log_{x+5} (x^2 + 2x - 2)} \geq \frac{\log_2 (x^4 + 4x^3 + 4x^2)}{\log_2 (x^2 + 2x - 2)}$	Решение
37) $\log_{4-x} \frac{(x-4)^8}{x+5} \geq 8$	Решение
38) $\log_{5-x} \frac{x+2}{(x-5)^4} \geq -4$	Решение
39) $\log_{x+6} \left(\frac{x-4}{x} \right)^2 + \log_{x+6} \frac{x}{x-4} \leq 1$	Решение
40) $\log_{x+7} \left(\frac{3-x}{x+1} \right)^2 \leq 1 - \log_{x+7} \frac{x+1}{x-3}$	Решение
41) $\log_{5x+7} (\log_{7-x} (x+3)) \geq 0$	Решение
42) $\log_{5x+12} (\log_{6-x} (x+4)) \geq 0$	Решение
43) $\log_{x+3} 6 + \log_{-13-6x} 6 \leq 0$	Решение
44) $\log_{x-2} 3 + \log_{31-12x} 3 \leq 0$	Решение
45) $\log_{6-8x^2} (36 - 64x^4) \leq 2 + \frac{1}{\log_2 (6 - 8x^2)}$	Решение
46) $\log_{3-9x^2} (9 - 81x^4) \leq 2 + \frac{1}{\log_2 (3 - 9x^2)}$	Решение
47) $\log_{x+1} 2 \leq \log_{3-x} 2$	Решение

48) $\log_{\frac{x}{x-1}} 5 \leq \log_{\frac{x}{2}} 5$	Решение
49) $\log_{\log_x 2x} (6x - 2) \geq 0$	Решение
50) $\log_{\log_x 2x} (9x - 4) \geq 0$	Решение
51) $\log_{x^2+1} \frac{2 \cdot 4^x - 15 \cdot 2^x + 23}{4^x - 9 \cdot 2^x + 14} \geq 0$	Решение
52) $\log_{x^2+1} \frac{2 \cdot 9^x - 19 \cdot 3^x + 40}{9^x - 11 \cdot 3^x + 24} \geq 0$	Решение
53) $\log_{x+1} (2x - 5) + \log_{2x-5} (x + 1) \leq 2$	Решение
54) $\log_{2x-1} (4x - 5) + \log_{4x-5} (2x - 1) \leq 2$	Решение
55) $0,5 \log_{x-2} (x^2 - 10x + 25) + \log_{5-x} (7x - x^2 - 10) \geq 3$	Решение
56) $0,5 \log_{x-1} (x^2 - 8x + 16) + \log_{4-x} (5x - x^2 - 4) \geq 3$	Решение
57) $\frac{\log_2 (2x) \cdot \log_{0,5x} 2}{\log_{0,125x} 8} \leq 1$	Решение
58) $\frac{\log_2 (8x) \cdot \log_{0,125x} 2}{\log_{0,5x} 16} \leq \frac{1}{4}$	Решение
59) $\log_2 (16x) \geq \log_{0,5x} 2 \cdot \log_4 (16x^4)$	Решение
60) $\log_2 (0,5x) \geq \log_{16x} 2 \cdot \log_4 (16x^4)$	Решение
61) $\log_x 3 + 2 \log_{3x} 3 - 6 \log_{9x} 3 \leq 0$	Решение
62) $\log_x 2 + 3 \log_{2x} 2 - 6 \log_{4x} 2 \leq 0$	Решение
63) $\log_2^2 (3x - 1) + \log_{3x-1}^2 2 - \log_2 (3x - 1)^2 - \log_{3x-1} 4 + 2 \leq 0$	Решение
64) $\log_2^2 (3x + 1) + \log_{3x+1}^2 2 - 2 \log_2 (3x + 1)^2 - 2 \log_{3x+1} 4 + 6 \leq 0$	Решение
65) $\log_{3x} \frac{1}{27} \cdot \log_3 (27x) + 9 \geq 0$	Решение

66) $\log_{2x} 0,25 \leq \log_2 (32x) - 1$	Решение
67) $\frac{\log_{1-2x} ((x+1)(1-4x+4x^2))}{\log_{x+1} (1-2x)} \leq -1$	Решение
68) $\frac{\log_{1-x} ((3x+1)(1-2x+x^2))}{\log_{3x+1} (1-x)} \leq -1$	Решение
69) $\left \log_x \frac{x}{4} \right \cdot \log_{4x} (2x^2) \leq \left \log_x \frac{x}{4} \right $	Решение
70) $\frac{\log_{7^{x+3}} 49}{\log_{7^{x+3}} (-49x)} \leq \frac{1}{\log_7 \log_{\frac{1}{7}} 7^x}$	Решение
71) $\log_x (\sqrt{x^2 + x - 2} + 1) \cdot \log_7 (x^2 + x + 1) \leq \log_x 3$	Решение
72) $\log_x (\sqrt{x^2 + 2x - 3} + 2) \cdot \log_5 (x^2 + 2x - 2) \geq \log_x 4$	Решение
73) $\log_{ 3x-3 } (25^x - 9^x) < \log_{ 3x-3 } (5^x + 3^x) + \log_{ 3x-3 } (5^{x-1} + 3^{x-1})$	Решение
74) $(\log_{ x+0,5 } (0,25 - x) - 1) \cdot \log_{16} (0,25 - x) > \log_4 \frac{0,25 - x}{ x + 0,5 }$	Решение
75) $\log_x 3 \cdot \log_9 \frac{5 - 12x}{12x - 8} \leq \frac{1}{2}$	Решение

ОТВЕТЫ

- 1.** $(0; 1) \cup (1; 3]$. **2.** $(1; 2) \cup (2; 4]$. **3.** $\{-1\} \cup [0; 1) \cup (1; 2]$. **4.** $\{-3\} \cup [-2; -1) \cup (-1; 0]$.
5. $(-5; -4,5) \cup \{-4\} \cup [-3; -2) \cup (-2; -1]$. **6.** $(3; 3,5) \cup \{4\} \cup [5; 6) \cup (6; 7]$.
7. $\left(\frac{5}{3}; \frac{7}{4}\right] \cup (2; \infty)$. **8.** $\left(-\frac{10}{3}; -\frac{13}{4}\right] \cup (-3; \infty)$. **9.** $[-4; -3) \cup \left(-\frac{1}{3}; 0\right) \cup [1; \infty)$.
10. $[-2; -1) \cup \left(-\frac{1}{2}; 0\right) \cup [1; \infty)$. **11.** $(-3; -2] \cup (4; 5)$. **12.** $\left(-\frac{9}{2}; -4\right] \cup (6; 7)$.
13. $\left(0; \frac{2}{3}\right] \cup (3; \infty)$. **14.** $\left(0; \frac{3}{4}\right] \cup (2; \infty)$. **15.** $(-2; -1) \cup$

- $\cup(-1; 0) \cup (0; 1) \cup [2; \infty)$. **16.** $(-\infty; -2] \cup (-1; 0) \cup (0; 1) \cup (1; 2)$. **17.** $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup$
 $\cup\left(\frac{1}{2}; \frac{2}{3}\right) \cup [2; \infty)$. **18.** $(-\infty; -1) \cup \left(0; \frac{1}{6}\right) \cup \left[\frac{3}{2}; \infty\right)$. **19.** $(0; 0,2) \cup (3; 6) \cup (8; 16)$.
20. $\left(0; \frac{1}{7}\right) \cup (2; 4) \cup (9; 18)$. **21.** $(-1; 0) \cup (0; 1) \cup \{3\}$. **22.** $(-1; 0) \cup (0; 1) \cup \{5\}$. **23.**
 $\left(\frac{3}{7}; \frac{5}{6}\right)$. **24.** $\left(\frac{5}{6}; \frac{6}{5}\right)$. **25.** $(0; 1) \cup (1; 1,5] \cup (2; \infty)$. **26.** $(1; 2) \cup (2; 2,5] \cup (3; \infty)$. **27.**
 $\left(-2; -\frac{5}{4}\right) \cup \left(-\frac{6}{5}; -1\right) \cup \left[0; \frac{5-\sqrt{21}}{2}\right) \cup \left(\frac{5+\sqrt{21}}{2}; 5\right]$. **28.** $\left(-3; -\frac{5}{2}\right) \cup \left(-\frac{7}{3}; -2\right) \cup$
 $\cup\left[0; \frac{3-\sqrt{5}}{2}\right) \cup \left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}; 3\right]$. **29.** $\left(-2; -\frac{3}{2}\right) \cup \left[\frac{1}{3}; \frac{3}{2}\right) \cup \left(\frac{3}{2}; 5\right]$. **30.** $\left(-1; -\frac{1}{2}\right) \cup$
 $\cup\left[\frac{4}{3}; \frac{5}{2}\right) \cup \left(\frac{5}{2}; 6\right]$. **31.** $(0; 1) \cup [4; \infty)$. **32.** $(0; 1) \cup [6; \infty)$. **33.** $[2, 5; \infty)$. **34.** $[1, 5; \infty)$.
35. $(-2; -1) \cup (2; 3]$. **36.** $(-4; -3) \cup (1; 2]$. **37.** $(-5; -4] \cup (3; 4)$. **38.** $[-1; 4)$. **39.**
 $(-6; -5) \cup [-4; -1] \cup (4; \infty)$. **40.** $(-7; -6) \cup [-5; -2] \cup (3; \infty)$. **41.** $(-1, 4; -1, 2) \cup$
 $\cup[2; 6)$. **42.** $(-2, 4; -2, 2) \cup [1; 5)$. **43.** $\left[-\frac{8}{3}; -\frac{5}{2}\right] \cup \left(-\frac{7}{3}; -\frac{13}{6}\right)$. **44.** $\left[\frac{9}{4}; \frac{7}{3}\right] \cup$
 $\cup\left(\frac{5}{2}; \frac{31}{12}\right)$. **45.** $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; -\sqrt{\frac{5}{8}}\right) \cup [-0,5; 0,5] \cup \left(\frac{\sqrt{5}}{8}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$. **46.** $\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}; -\frac{\sqrt{2}}{3}\right) \cup$
 $\cup\left[-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right] \cup \left(\frac{\sqrt{2}}{3}; \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$. **47.** $(-1; 0) \cup [1; 2)$. **48.** $(2; 3]$. **49.** $\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right) \cup (1; \infty)$. **50.**
 $\left(\frac{4}{9}; \frac{1}{2}\right) \cup (1; \infty)$. **51.** $(-\infty; 0) \cup (0; 1) \cup \{\log_2 3\} \cup (\log_2 7; \infty)$. **52.** $(-\infty; 0) \cup (0; 1) \cup$
 $\cup\{\log_3 4\} \cup (\log_3 8; \infty)$. **53.** $\left(\frac{5}{2}; 3\right) \cup \{6\}$. **54.** $\left(\frac{5}{4}; \frac{3}{2}\right) \cup \{2\}$. **55.** $(3; 4)$. **56.** $(2; 3)$.
57. $(0; 1] \cup (2; 8) \cup (8; 32]$. **58.** $(0; 0,5] \cup [1; 2) \cup (2; 8)$. **59.** $\left[\frac{1}{8}; 2\right) \cup [4; \infty)$. **60.**
 $\left(\frac{1}{16}; \frac{1}{8}\right] \cup [4; \infty)$. **61.** $\left(\frac{1}{9}; \frac{1}{3}\right) \cup [3^{-2/3}; 1) \cup [3; \infty)$. **62.** $\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right) \cup \left[\frac{\sqrt{2}}{2}; 1\right) \cup [4; \infty)$. **63.**
64. $1/3$. **65.** $\left(0; \frac{1}{3}\right) \cup [1; \infty)$. **66.** $\left[\frac{1}{8}; \frac{1}{4}\right] \cup \left(\frac{1}{2}; \infty\right)$. **67.** $-0,5$. **68.** $\frac{2}{3}$. **69.**

$$\left(\frac{1}{4}; 1\right) \cup (1; 2] \cup \{4\}. \quad 70. \quad [-49; -3) \cup (-3; -1) \cup \left(-\frac{1}{49}; 0\right). \quad 71. \quad (1; 2]. \quad 72. \\ [2\sqrt{2} - 1; \infty). \quad 73. \quad \left(0; \frac{2}{3}\right) \cup \left(1; \frac{4}{3}\right). \quad 74. \quad (-2; -1,5) \cup (-0,125; 0). \quad 75. \quad \left[\frac{1}{2}; \frac{2}{3}\right).$$