

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИСКРИМИНАНТА И ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРЕМЫ ВИЕТА

Решение многих задач с параметрами сводится к исследованию квадратного трехчлена. Для решения некоторых задач этого вида достаточно исследования дискриминанта и применение теоремы Виета.

Квадратным трехчленом называется выражение

$$ax^2 + bx + c, \quad a \neq 0.$$

Выражение

$$x^2 + px + q$$

называется *приведенным квадратным трехчленом*.

Преобразование вида

$$\begin{aligned} ax^2 + bx + c &= a \left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} \right) = a \left(x^2 + 2 \frac{b}{2a}x + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a} \right) = \\ &= a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a} \end{aligned}$$

называется *выделением полного квадрата*. Графиком соответствующей квадратичной функции является парабола с вершиной

$$x_B = -\frac{b}{2a}, \quad y_B = -\frac{b^2 - 4ac}{4a},$$

осью симметрии параболы является прямая

$$x = -\frac{b}{2a}.$$

Ветви параболы направлены вверх при $a > 0$ или вниз при $a < 0$.

Если $D = b^2 - 4ac > 0$, то квадратный трехчлен имеет два различных корня, а парабола пересекает ось Ox в двух точках.

Если $D = 0$, то квадратный трехчлен имеет два равных корня, а парабола касается оси Ox (т.е. имеет с осью Ox одну общую точку).

Если $D < 0$, то квадратный трехчлен не имеет корней, а график квадратичной функции расположен выше ($a > 0$) или ниже ($a < 0$) оси Ox .

Теорема о разложении на множители. Если x_1 и x_2 – корни квадратного трехчлена, то для всех значений x

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2),$$

в частности, при $D = 0$, если x_0 – корень кратности два, то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$

Теорема Виета. Между корнями x_1 и x_2 квадратного трехчлена $ax^2 + bx + c$ и коэффициентами этого трехчлена существуют соотношения:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}. \end{cases}$$

Обратная теорема Виета. Если же числа x_1 и x_2 таковы, что

$$x_1 + x_2 = -p, \quad x_1 \cdot x_2 = q,$$

то x_1 и x_2 есть корни приведенного квадратного трехчлена

$$x^2 + px + q = 0.$$

Посмотрим еще раз на условие теоремы Виета. В нем говорится о корнях квадратного трехчлена, т.е. предполагается, что они существуют! Поэтому условие $D \geq 0$ неотделимо от соотношений для суммы и произведения корней.

Теорема Виета может успешно применяться при решении различных задач, в частности задач на исследование знаков корней квадратного трехчлена. Это мощный инструмент решения многих задач с параметрами для квадратичной функции.

Теорема 1. Для того чтобы корни квадратного трехчлена имели одинаковые знаки, необходимо и достаточно выполнения соотношений

$$D = b^2 - 4ac \geq 0, \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} > 0,$$

при этом оба корня положительны, если дополнительно выполняется условие

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} > 0,$$

и оба корня будут отрицательны, если

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} < 0.$$

Теорема 2. Для того чтобы корни квадратного трехчлена имели разные знаки, необходимо и достаточно выполнения соотношения

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} < 0.$$

Замечание. При использовании теоремы 2 нет необходимости проверять знак дискриминанта, так как $\frac{c}{a} < 0$, то и $c \cdot a < 0$, поэтому дискриминант $D = b^2 - 4ac$ будет положительным.

Пример 1. Определить значение a , при котором квадратный трехчлен $x^2 - ax + a - 1$ является полным квадратом.

Решение. Из преобразования $ax^2 + bx + c = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a}$ следует, что квадратный трехчлен является полным квадратом, если $D = b^2 - 4ac = 0$; $a \neq 0$. Применим это к нашему примеру.

$$a^2 - 4a + 4 = 0 \Rightarrow a = 2.$$

Следовательно, квадратный трехчлен $x^2 - ax + a - 1$ является полным квадратом при $a = 2$.

Пример 2. При каком значении параметра a график квадратичной функции $y = x^2 - 2(a - 1)x + 2a + 1$ пересечет положительную полуось Ox в двух точках?

Решение. Согласно теореме 1, для того чтобы квадратный трехчлен имел положительные корни, необходимо и достаточно выполнения следующих соотношений

$$\begin{cases} D = b^2 - 4ac > 0, \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} > 0, \\ x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} > 0. \end{cases}$$

В нашем случае будем иметь следующую систему неравенств

$$\begin{cases} (-2(a-1))^2 - 4(2a+1) > 0, \\ 2a+1 > 0, \\ 2(a-1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a(a-4) > 0, \\ a > -\frac{1}{2}, \\ a > 1. \end{cases}$$

Решение последней системы неравенств имеет вид $a > 4$. Следовательно, график квадратичной функции $y = x^2 - 2(a - 1)x + 2a + 1$ пересечет положительную полуось Ox в двух точках при $a > 4$.

Пример 3. Если x_1 и x_2 – корни уравнения $x^2 - 7x - 9 = 0$, то чему равно выражение $\frac{x_1^3 + x_2^3}{3x_1x_2}$?

Решение. Проверим знак дискриминанта заданного квадратного уравнения: $D = (-7)^2 - 4 \cdot (-9) > 0$. Так как $D > 0$, то данное уравнение имеет корни. Сделаем преобразование выражения $\frac{x_1^3 + x_2^3}{3x_1x_2}$ таким образом, чтобы можно было применить теорему Виета:

$$\begin{aligned} \frac{x_1^3 + x_2^3}{3x_1x_2} &= \frac{(x_1 + x_2)(x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2)}{3x_1x_2} = \frac{(x_1 + x_2)(x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2 - 3x_1x_2)}{3x_1x_2} = \\ &= \frac{(x_1 + x_2)((x_1 + x_2)^2 - 3x_1x_2)}{3x_1x_2}. \end{aligned}$$

В полученное выражение подставим значения $x_1 + x_2 = 7$, $x_1 \cdot x_2 = -9$. Получим:

$$\frac{x_1^3 + x_2^3}{3x_1x_2} = \frac{7(49 + 27)}{3 \cdot (-9)} = -\frac{532}{27}.$$

Пример 4. Пусть x_1 и x_2 – корни уравнения $x^2 + 15x + 1 = 0$. Определить вид квадратного уравнения, корни которого равны $2x_1$ и $2x_2$.

Решение. Так как у заданного квадратного уравнения $D > 0$, то применяя теорему Виета, получим, что $x_1 + x_2 = -15$, $x_1 \cdot x_2 = 1$. Следовательно, сумма и произведение корней искомого квадратного уравнений соответственно равны $2x_1 + 2x_2 = 2(x_1 + x_2) = -30$, $2x_1 \cdot 2x_2 = 4x_1 \cdot x_2 = 4$. Следовательно, согласно обратной теореме Виета, искомое квадратное уравнение имеет вид:

$$x^2 + 30x + 4 = 0.$$

Пример 5. Найти значения параметра a , при которых абсцисса и ордината вершины параболы $y = (x - 12a)^2 + a^2 - a - 12$ отрицательны.

Решение. Координаты вершины данной параболы $(12a; a^2 - a - 12)$. Таким образом, имеем систему неравенств

$$\begin{cases} 12a < 0, \\ a^2 - a - 12 < 0; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a < 0, \\ -3 < a < 4. \end{cases}$$

Следовательно, абсцисса и ордината вершины параболы отрицательны при $-3 < a < 0$.

Пример 6. Найти уравнение параболы, которая пересекает ось Oy в точке $y = 3$ и вершиной которой является точка $(-1; 2)$.

Решение. Если парабола $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) пересекает ось Oy в точке $y = 3$, то она проходит через точку $(0; 3)$, то, очевидно, $c = 3$. Координаты вершины параболы определяются по формулам

$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = -1, \\ -\frac{b^2 - 4ac}{4a} = 2; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 2a, \\ c = 3, \\ -(2a)^2 + 12a = 8a; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 2a, \\ c = 3, \\ 4a^2 - 4a = 0. \end{cases}$$
$$a = 1; \quad b = 2; \quad c = 3.$$

Следовательно, уравнение искомой параболы имеет вид: $y = x^2 + 2x + 3$.

Пример 7. При каком значении параметра a квадратный трехчлен $(a^2 - 1)x^2 + 2(a - 1)x + 2$ положителен для любых x ?

Решение. Для выполнения условия задачи необходимо, чтобы старший коэффициент заданного квадратного трехчлена был положителен, а дискриминант отрицателен, т.е. нужно решить систему неравенств:

$$\begin{cases} a^2 - 1 > 0, \\ 4(a-1)^2 - 8(a^2 - 1) < 0; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (a-1)(a+1) > 0, \\ (a-1)(a+3) > 0. \end{cases}$$

Решением первого неравенства является множество $a < -1$ и $a > 1$, а решением второго неравенства — $a < -3$ и $a > 1$. Следовательно, квадратный трехчлен положителен для любых x при $a < -3$ и $a > 1$.

Задачи для самостоятельного решения разбиты на два уровня сложности А и В. Уровень А представляет собой простейшие задачи с параметрами на исследование квадратного трехчлена и применение теоремы Виета. Уровень В по сложности максимально приближен к 18 заданиям ЕГЭ по профильной математике.

Уровень А

1А. При каких значениях параметра a уравнение $x^2 - ax + 16 = 0$ имеет два различных корня?

Решение

2А. При каких значениях параметра a уравнение $x^2 + (2a+3)x + a^2 - a + 5 = 0$ имеет решения?

Решение

3А. При каких значениях параметра a уравнение $(2a+3)x^2 - 2ax + a - 2 = 0$ имеет два решения?

Решение

4А. При каких значениях параметра a уравнение $ax^2 - (4a+3)x + 5a + 2 = 0$ имеет два различных корня?

Решение

5А. При каких значениях параметра a уравнение $(a-1)x^2 - 2ax + a = 0$ имеет не более одного решения?

Решение

6А. При каких значениях параметра a уравнение $(a+1)x^2 - ax + a - 3 = 0$ имеет не более одного решения?

Решение

7А. Решите уравнение при всех значениях параметра a : $x^2 - 4ax + 3a^2 = 0$.

Решение

8А. Решите уравнение при всех значениях параметра a :
 $x^2 - (14a - 1)x + 49a^2 - 7a = 0$.

Решение

9А. Решите уравнение при всех значениях параметра a :
 $(a + 1)x^2 - (a - 1)x - 2a = 0$.

Решение

10А. Решите уравнение при всех значениях параметра a :
 $(a^2 - 4)x^2 + (6a + 12)x + 3a + 6 = 0$.

Решение

11А. При каких значениях параметра a больший корень уравнения $x^2 - (6a - 1)x + 9a^2 - 3a = 0$ в 9 раз больше, чем его меньший корень?

Решение

12А. При каких значениях параметра a меньший корень уравнения $x^2 - (8a - 3)x + 16a^2 - 12a = 0$ в 10 раз меньше, чем его больший корень?

Решение

13А. При каких значениях параметра a больший корень уравнения $x^2 - (10a - 19)x + 25a^2 - 95a + 90 = 0$ меньше 7?

Решение

14А. При каких значениях параметра a больший корень уравнения $x^2 - (4a - 7)x + 4a^2 - 14a + 12 = 0$ меньше -4 ?

Решение

15А. При каких значениях параметра a уравнение $(x + 2a)^2 + (x - 6a)^2 = 200$ имеет два различных корня, среднее арифметическое которых равно 2?

Решение

16А. При каких значениях параметра a уравнение $(x - 2a)^2 + (x - 4a)^2 = 242$ имеет два различных корня, среднее арифметическое которых равно -3 ?

Решение

17А. При каких значениях параметра a уравнение $x^2 + 2(a^2 + 7a + 3)x + 9 = 0$ имеет два различных положительных корня?

Решение

18А. При каких значениях параметра a уравнение $x^2 + 2(a^2 - 6a - 3)x + 16 = 0$ имеет два различных отрицательных корня?

Решение

19А. При каких значениях параметра a уравнение $ax^2 - (a+1)x + 2a^2 - 5a - 3 = 0$ имеет два корня разных знаков?

Решение

20А. При каких значениях параметра a уравнение $(a^2 - a - 2)x^2 - x + a^2 + a - 2 = 0$ имеет два корня разных знаков?

Решение

21А. При каких значениях параметра a отношение корней уравнения $ax^2 - ax - 3x = -3$ равно 3?

Решение

22А. При каких значениях параметра a отношение корней уравнения $x^2 - (3a+2)x + a^2 = 0$ равно 9?

Решение

23А. При каких значениях параметра a сумма квадратов корней уравнения $x^2 - ax + a + 7 = 0$ равна 10?

Решение

24А. При каких значениях параметра a сумма корней уравнения $x^2 - 2a(x-1) - 1 = 0$ равна сумме квадратов этих корней?

Решение

25А. При каком целом значении параметра a уравнения $2x^2 + (3a-1)x - 3 = 0$ и $6x^2 - (2a-3)x - 1 = 0$ имеют общий корень?

Решение

26А. При каких значениях параметра a уравнения $4ax^2 - 5x + a = 0$ и $3x^2 + 2ax - 5 = 0$ имеют хотя бы один общий корень?

Решение

ОТВЕТЫ

1А. $(-\infty; -8) \cup (8; \infty)$. **2А.** $\left[\frac{11}{16}; \infty\right)$. **3А.** $\left(-2; -\frac{3}{2}\right) \cup \left(-\frac{3}{2}; 3\right)$. **4А.** $\left(-\frac{1}{2}; 0\right) \cup \left(0; \frac{9}{2}\right)$. **5А.** $(-\infty; 0] \cup \{1\}$. **6А.** $\left(-\infty; \frac{4-2\sqrt{13}}{3}\right] \cup \{-1\} \cup \left[\frac{4+2\sqrt{13}}{3}; \infty\right)$. **7А.** $x = 0$ при $a = 0$; $x_1 = a$, $x_2 = 3a$ при $a \neq 0$. **8А.** $x_1 = 7a - 1$, $x_2 = 7a$. **9А.** $x = -1$ при $a = -1$, $a = -\frac{1}{3}$; $x_1 = -1$, $x_2 = \frac{2a}{a+1}$ при $a \neq -\frac{1}{3}$; $a \neq -1$. **10А.** \emptyset при

$a \in (5; \infty)$; $x \in R$ при $a = -2$; $x = -0,5$ при $a = 2$; $x = -1$ при $a = 5$;
 $x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{15-3a}}{a-2}$ при $a \in (-\infty; -2) \cup (-2; 2) \cup (2; 5)$. 11А. $\frac{3}{8}$. 12А. $\frac{5}{6}$. 13А.
 $(-\infty; 3, 2)$. 14А. $(-\infty; -0,5)$. 15А. 1. 16А. -1. 17А. $(-6; -1)$. 18А.
 $(-\infty; -1) \cup (7; \infty)$. 19А. $(-\infty; -0,5) \cup (0; 3)$. 20А. $(-2; -1) \cup (1; 2)$. 21А. 1; 9. 22А.
 $\frac{6}{19}$; 6. 23А. -4. 24А. $\frac{1}{2}$; 1. 25А. 2. 26А. ± 1 .

Уровень В

1В (ЕГЭ 2019). Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $\frac{x^2 - 4x + a}{5x^2 - 6ax + a^2} = 0$ имеет ровно два различных корня.

Решение

2В (ЕГЭ 2019). Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $\frac{x^2 - 2x + a^2 - 4a}{x^2 - a} = 0$ имеет ровно два различных корня.

Решение

3В. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $(ax^2 - (a^2 + 16)x + 16a)\sqrt{x+5} = 0$ имеет ровно два различных корня.

Решение

4В. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $(ax^2 - (a^2 + 9)x + 9a)\sqrt{x+4} = 0$ имеет ровно два различных корня.

Решение

5В. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых модуль разности корней уравнения $x^2 - 6x + a^2 - 4a + 12 = 0$ принимает наибольшее возможное значение.

Решение

6В. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых модуль разности корней уравнения $x^2 + 4x - a^2 + 6a - 7 = 0$ принимает наименьшее возможное значение.

Решение

7В. Найдите все значения параметра a , при которых уравнение $ax^2 + (2a + 2)x + a + 3 = 0$ имеет два корня и расстояние между ними больше 1.

Решение

8В. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $\frac{(a-6)x^2 + 8x - 4}{x-2} = 0$ имеет ровно одно решение.

Решение

9В. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $4\cos^4 3x - 4(a-3)\cos^2 3x - 2a + 5 = 0$ имеет хотя бы один корень.

Решение

10В. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $4\sin^4 5x - 4(a+1)\sin^2 5x - 2a - 3 = 0$ имеет хотя бы один корень.

Решение

11В. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $\cos 14x + 2(5a+9)\sin 7x - 110a + 43 = 0$ имеет хотя бы один корень.

Решение

12В. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $\cos 18x + 4(a-1)\sin 9x - 20a + 69 = 0$ имеет хотя бы один корень.

Решение

13В. Решите уравнение при всех значениях параметра a : $\arcsin((a-1)x - 1 - (a-1)x^2) + \arcsin x = 0$.

Решение

14В. Решите уравнение при всех значениях параметра a : $\arccos(ax^2 - (a+1)x + 2) + \arccos(-x) = \pi$.

Решение

15В. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $\frac{2x^2 - 6x + 3}{x^2 - 3x + 4} = a + 1$ имеет хотя бы один корень.

Решение

16В. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $\frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 4x + 7} = \frac{a+2}{3}$ имеет хотя бы один корень.

Решение

17В. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $\frac{(2a+1)x^2 - 2(a+5)x + 18a + 9}{x^2 - 5x + 9} = 3a$ имеет хотя бы один корень.

Решение

18В. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $\frac{(a+1)x^2 + (5a+4)x + 9a+9}{x^2 + 5x + 9} = 2a$ имеет хотя бы один корень.

Решение

19В. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $16^x + (3a^2 + 5a + 7) \cdot 4^x - 2a + 3 = 0$ имеет единственный корень.

Решение

20В. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $49^x + (3a^2 - a + 3) \cdot 7^x - a - 2 = 0$ имеет единственный корень.

Решение

21В. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $36^x - (8a - 1) \cdot 6^x + 16a^2 - 4a - 2 = 0$ имеет единственный корень.

Решение

22В. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $25^x - (8a + 5) \cdot 5^x + 16a^2 + 20a - 14 = 0$ имеет единственный корень.

Решение

23В. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых один из корней уравнения $16^x - (4^{a+3} + 16^{a+1}) \cdot 4^x + 4^{3a+5} = 0$ больше другого в три раза.

Решение

24В. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых один из корней уравнения $25^x - (125^{a-1} + 5^{2a-3}) \cdot 5^x + 5^{5a-6} = 0$ больше другого в два раза.

Решение

25В. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $\log_{14}^2 x - (18a + 5) \log_{14} x + 81a^2 + 45a + 6 = 0$ имеет два различных корня, среднее арифметическое которых равно 105.

Решение

26В. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $\log_{16}^2 x - (16a + 19) \log_{16} x + 64a^2 + 152a + 90 = 0$ имеет два различных корня, среднее арифметическое которых равно 8,5.

Решение

27В. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений
$$\begin{cases} x - 3y = -1, \\ x^2 + 6xy + 9y^2 - 10ax - 30ay + 125a^2 + 60a + 9 = 0 \end{cases}$$
 имеет единственное решение.

Решение

28В. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений
$$\begin{cases} x + 5y = 3, \\ x^2 + 8xy + 16y^2 - 8ax - 32ay + 25a^2 + 12a + 4 = 0 \end{cases}$$
 имеет единственное решение.

Решение

29В. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $x^2 - 4xy + 6y^2 + 2y + 2y \sin(\pi a) + \sin^2(\pi a) + 1 = 0$ имеет хотя бы одно решение.

Решение

30В. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $11x^2 + 6xy + y^2 - 2x - 2x \operatorname{tg}(\pi a) + \operatorname{tg}^2(\pi a) + 1 = 0$ имеет хотя бы одно решение.

Решение

31В. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = z, \\ x + y + z = a \end{cases}$$
 имеет единственное решение.

Решение

32В. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений
$$\begin{cases} x^2 + 4y^2 = x + y + z, \\ x + 2y + 3z = a \end{cases}$$
 имеет единственное решение.

Решение

33В. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых корни уравнения $x^2 - 3x + a - 3 = 0$ удовлетворяют равенству $5x_1 + 3x_2 = 23$.

Решение

34В. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых корни уравнения $x^2 - 2x + a = 0$ удовлетворяют равенству $7x_2 - 4x_1 = 47$.

Решение

35В. При каком значении параметра a сумма квадратов корней уравнения $x^2 + x\sqrt{6 - a^2} - a + 3a + 4,5 = 0$ принимает наименьшее значение?

Решение

36В. При каком значении параметра a сумма квадратов корней уравнения $x^2 + x\sqrt{a^2 - 2a - 8} - 0,6a + 6,4 = 0$ принимает наименьшее значение?

Решение

37В (ЕГЭ 2022). Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $a^2 + 2ax - 3x^2 - 4a - 4x + 8|x| = 0$ имеет четыре различных решения.

Решение

ОТВЕТЫ

- 1B. $(-\infty; -5) \cup (-5; 0) \cup (0; 3) \cup (3; 4)$. 2B. $(2 - \sqrt{5}; 0) \cup (0; 1) \cup (1; 4) \cup (4; 2 + \sqrt{5})$.
3B. $(-\infty; -5] \cup \{-4\} \cup [-3, 2; 0] \cup \{4\}$. 4B. $(-\infty; -4] \cup \{-3\} \cup [-2, 25; 0] \cup \{3\}$. 5B.
2. 6B. 3. 7B. $(-2 - 2\sqrt{2}; 0) \cup (0; -2 + 2\sqrt{2})$. 8B. 2; 3; 6. 9B. $[2, 5; 3, 5]$. 10B.
 $[-1, 5; -0, 5]$. 11B. $[0, 2; 0, 6]$. 12B. $[3; 4]$. 13B. $x = 1$ при $a \in (0; 2]$;
 $x_1 = 1$, $x_2 = \frac{1}{a-1}$ при $a \in (-\infty; 0] \cup (2; \infty)$. 14B. $x = 1$ при $a \in (-2; 2]$; $x_1 = 1$, $x_2 = \frac{2}{a}$
при $a \in (-\infty; -2] \cup (2; \infty)$. 15B. $\left[-\frac{13}{7}; 1\right)$. 16B. $[-3; 1)$. 17B. $\left(-\infty; \frac{4}{7}\right] \cup \left[\frac{16}{19}; \infty\right)$.
18B. $\left[\frac{10}{11}; 2\right]$. 19B. $(1, 5; \infty)$. 20B. $(-2; \infty)$. 21B. $(-0, 25; 0, 5]$. 22B. $(-1, 75; 0, 5]$.
23B. -7 ; $-0, 6$. 24B. $0, 75$; 3 . 25B. $-\frac{1}{9}$. 26B. $-\frac{9}{8}$. 27B. $-\frac{3}{10}$. 28B. $-\frac{2}{3}$. 29B.
 $0, 5 + 2k$; $k \in \mathbb{Z}$. 30B. $0, 25 + k$; $k \in \mathbb{Z}$. 31B. $-\frac{1}{2}$. 32B. $-\frac{17}{48}$. 33B. -25 . 34B.
 -15 . 35B. -1 . 36B. $5, 6$. 37B. $(0; 1) \cup (1; 3) \cup (3; 4)$.