

**ЗАДАНИЯ №9 ПРОФИЛЬНОГО ЕГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ****ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА**

1.	<p>Мяч бросили под углом <math>\alpha</math> к плоской горизонтальной поверхности земли. Время полета мяча (в секундах) определяется по формуле <math>t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}</math>. При каком наименьшем значении угла <math>\alpha</math> (в градусах) время полета будет не меньше 3 секунд, если мяч бросают с начальной скоростью <math>v_0 = 30</math> м/с? Считайте, что ускорение свободного падения <math>g = 10</math> м/с<sup>2</sup>.</p>	<p><b>30</b></p> <p><a href="#">Решение</a></p>
2.	<p>Деталью некоторого прибора является квадратная рамка с намотанным на нее проводом, через который пропущен постоянный ток. Рамка помещена в однородное магнитное поле так, что она может вращаться. Момент силы Ампера, стремящейся повернуть рамку, (в Н·м) определяется формулой <math>M = N I B l^2 \sin \alpha</math>, где <math>I = 2</math> А — сила тока в рамке, <math>B = 3 \cdot 10^{-3}</math> Тл — значение индукции магнитного поля, <math>l = 0,5</math> м — размер рамки, <math>N = 1000</math> — число витков провода в рамке, <math>\alpha</math> — острый угол между перпендикуляром к рамке и вектором индукции. При каком наименьшем значении угла <math>\alpha</math> (в градусах) рамка может начать вращаться, если для этого нужно, чтобы раскручивающий момент <math>M</math> был не меньше 0,75 Н·м?</p>	<p><b>30</b></p> <p><a href="#">Решение</a></p>
3.	<p>Датчик сконструирован таким образом, что его антенна ловит радиосигнал, который затем преобразуется в электрический сигнал, изменяющийся со временем по закону <math>U = U_0 \sin(\omega t + \varphi)</math>, где <math>t</math> — время в секундах, амплитуда <math>U_0 = 2</math> В, частота <math>\omega = 120^\circ / \text{с}</math>, фаза <math>\varphi = -30^\circ</math>. Датчик настроен так, что если напряжение в нем не ниже чем 1 В, загорается лампочка. Какую часть времени (в процентах) на протяжении первой секунды после начала работы лампочка будет гореть?</p>	<p><b>50</b></p> <p><a href="#">Решение</a></p>
4.	<p>Очень легкий заряженный металлический шарик зарядом <math>q = 2 \cdot 10^{-6}</math> Кл скатывается по гладкой наклонной плоскости. В момент, когда его скорость составляет <math>v = 5</math> м/с, на него начинает действовать постоянное магнитное поле, вектор индукции <math>B</math> которого лежит в той же плоскости и составляет угол <math>\alpha</math> с направлением движения шарика. Значение индукции поля <math>B = 4 \cdot 10^{-3}</math> Тл. При этом на шарик действует сила Лоренца, равная <math>F_{\text{л}} = q v B \sin \alpha</math> (Н) и направленная вверх перпендикулярно плоскости. При каком наименьшем значении угла <math>\alpha \in [0^\circ; 180^\circ]</math> шарик оторвется от поверхности, если для этого нужно, чтобы сила <math>F_{\text{л}}</math> была не менее чем <math>2 \cdot 10^{-8}</math> Н? Ответ дайте в градусах.</p>	<p><b>30</b></p> <p><a href="#">Решение</a></p>

5.	Небольшой мячик бросают под острым углом $\alpha$ к плоской горизонтальной поверхности земли. Максимальная высота полета мячика, выраженная в метрах, определяется формулой $H = \frac{v_0^2}{4g}(1 - \cos 2\alpha)$ , где $v_0 = 20$ м/с — начальная скорость мячика, а $g$ — ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ м/с <sup>2</sup> ). При каком наименьшем значении угла $\alpha$ (в градусах) мячик пролетит над стеной высотой 4 м на расстоянии 1 м?	30 <a href="#">Решение</a>
6.	Катер должен пересечь реку шириной $L = 100$ м и со скоростью течения $u = 0,5$ м/с так, чтобы причалить точно напротив места отправления. Он может двигаться с разными скоростями, при этом время в пути, измеряемое в секундах, определяется выражением $t = \frac{L}{u} \operatorname{ctg} \alpha$ , где $\alpha$ — острый угол, задающий направление его движения (отсчитывается от берега). Под каким минимальным углом $\alpha$ (в градусах) нужно плыть, чтобы время в пути было не больше 200 с?	45 <a href="#">Решение</a>
7.	Скейтбордист прыгает на стоящую на рельсах платформу, со скоростью $v = 3$ м/с под острым углом $\alpha$ к рельсам. От толчка платформа начинает ехать со скоростью $u = \frac{m}{m+M} v \cos \alpha$ (м/с), где $m = 80$ кг — масса скейтбордиста со скейтом, а $M = 400$ кг — масса платформы. Под каким максимальным углом $\alpha$ (в градусах) нужно прыгать, чтобы разогнать платформу не менее чем до 0,25 м/с?	60 <a href="#">Решение</a>
8.	Груз массой 0,08 кг колеблется на пружине. Его скорость $v$ меняется по закону $v = v_0 \sin \frac{2\pi t}{T}$ , где $t$ — время с момента начала колебаний, $T = 12$ с — период колебаний, $v_0 = 0,5$ м/с. Кинетическая энергия $E$ (в джоулях) груза вычисляется по формуле $E = \frac{mv^2}{2}$ , где $m$ — масса груза в килограммах, $v$ — скорость груза в м/с. Найдите кинетическую энергию груза через 1 секунду после начала колебаний. Ответ дайте в джоулях.	0,0025 <a href="#">Решение</a>
9.	Груз массой 0,08 кг колеблется на пружине. Его скорость $v$ меняется по закону $v = v_0 \cos \frac{2\pi t}{T}$ , где $t$ — время с момента начала колебаний, $T = 2$ с — период колебаний, $v_0 = 0,5$ м/с. Кинетическая энергия $E$ (в джоулях) груза вычисляется по формуле $E = \frac{mv^2}{2}$ , где $m$ — масса груза в килограммах, $v$ — скорость груза в м/с. Найдите кинетическую энергию груза через 1 секунду после начала колебаний. Ответ дайте в джоулях.	0,01 <a href="#">Решение</a>

10.	Скорость колеблющегося на пружине груза меняется по закону $v(t) = 5 \sin \pi t$ (см/с), где $t$ — время в секундах. Какую долю времени из первой секунды скорость движения превышала 2,5 см/с? Ответ выразите десятичной дробью, если нужно, округлите до сотых.	<b>0,67</b> <a href="#">Решение</a>
11.	Плоский замкнутый контур площадью $S = 0,5 \text{ м}^2$ находится в магнитном поле, индукция которого равномерно возрастает. При этом согласно закону электромагнитной индукции Фарадея в контуре появляется ЭДС индукции, значение которой, выраженное в вольтах, определяется формулой $\varepsilon_i = a S \cos \alpha$ , где $\alpha$ — острый угол между направлением магнитного поля и перпендикуляром к контуру, $a = 4 \cdot 10^{-4}$ Тл/с — постоянная, $S$ — площадь замкнутого контура, находящегося в магнитном поле (в $\text{м}^2$ ). При каком минимальном угле $\alpha$ (в градусах) ЭДС индукции не будет превышать $10^{-4}$ В?	<b>60</b> <a href="#">Решение</a>
12.	Трактор тащит сани с силой $F = 80$ кН, направленной под острым углом $\alpha$ к горизонту. Работа трактора (в килоджоулях) на участке длиной $S = 50$ м вычисляется по формуле $A = F S \cos \alpha$ . При каком максимальном угле $\alpha$ (в градусах) совершенная работа будет не менее 2000 кДж?	<b>60</b> <a href="#">Решение</a>
13.	Трактор тащит сани с силой $F = 50$ кН, направленной под острым углом $\alpha$ к горизонту. Мощность (в киловаттах) трактора при скорости $v = 3$ м/с равна $N = F v \cos \alpha$ . При каком максимальном угле $\alpha$ (в градусах) эта мощность будет не менее 75 кВт?	<b>60</b> <a href="#">Решение</a>
14.	При нормальном падении света с длиной волны $\lambda = 400$ нм на дифракционную решетку с периодом $d$ нм наблюдают серию дифракционных максимумов. При этом угол $\varphi$ (отсчитываемый от перпендикуляра к решетке), под которым наблюдается максимум, и номер максимума $k$ связаны соотношением $d \sin \varphi = k \lambda$ . Под каким минимальным углом $\varphi$ (в градусах) можно наблюдать второй максимум на решетке с периодом, не превосходящим 1600 нм?	<b>30</b> <a href="#">Решение</a>
15.	Два тела массой $m = 2$ кг каждое, движутся с одинаковой скоростью $v = 10$ м/с под углом $2\alpha$ друг к другу. Энергия (в джоулях), выделяющаяся при их абсолютно неупругом соударении определяется выражением $Q = m v^2 \sin^2 \alpha$ . Под каким наименьшим острым углом $\alpha$ (в градусах) должны двигаться тела, чтобы в результате соударения выделилось не менее 50 джоулей?	<b>30</b> <a href="#">Решение</a>

16.	Небольшой мячик бросают под острым углом $\alpha$ к плоской горизонтальной поверхности земли. Расстояние, которое пролетает мячик, вычисляется по формуле $L = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha$ (м), где $v_0 = 20$ м/с — начальная скорость мячика, а $g$ — ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ м/с <sup>2</sup> ). При каком наименьшем значении угла (в градусах) мячик перелетит реку шириной 20 м?	15 <a href="#">Решение</a>
17.	Датчик сконструирован таким образом, что его антенна ловит радиосигнал, который затем преобразуется в электрический сигнал, изменяющийся со временем по закону $U = U_0 \cos(\omega t + \varphi)$ , где $t$ — время в секундах, амплитуда $U_0 = 2$ В, частота $\omega = 150^\circ / \text{с}$ , фаза $\varphi = -60^\circ$ . Датчик настроен так, что если напряжение в нём не ниже чем 1 В, загорается лампочка. Какую часть времени (в процентах) на протяжении первой секунды после начала работы лампочка будет гореть?	80 <a href="#">Решение</a>